

Є. Д. Пономаренко, доцент, А. М. Миронов, к. техн. н., доцент,
 М. В. Ільченко, к. техн. н., доцент, К. О. Горбунов, к. техн. н., професор,
 С. М. Биканов, к. техн. н., доцент, Г. В. Пономаренко, к. техн. н., доцент,
 Л. В. Соловей, ст. викладач

МОДИФІКОВАНИЙ ЧИСЛОВИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ГІДРАВЛІЧНИХ СИСТЕМ ДЛЯ РОЗРОБКИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ КОМП'ЮТЕРНИХ ІМІТАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОМИСЛОВИХ ХІМІЧНИХ ВИРОБНИЦТВ

Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", Харків

Ключові слова: математична модель, числові методи, гідравлічні системи, імітаційна модель, метод Нелдера-Міда, симплекс, трубопроводи.

У гідравлічних системах реальних хімічних виробництв переміщуються потоки рідин і газів, а також газо- та паро-рідинні суміші. До складу таких систем входять клапани, компресори, насоси та інше обладнання, яке може бути досить складним для коректної побудови інформаційно-імітаційних комп'ютерних моделей [1, 2].

Для простих гідравлічних систем трубопроводів приймаються ряд припущень:

- температура потоку постійна й однакова на всіх ділянках;
- в усій системі протікає однофазний потік рідини;
- гідравлічними опорами сполучних труб та перепадами тиску у них можна знехтувати [3];
- системи трубопроводів містять тільки звужуючі пристрої (вентилі, клапани) з постійними коефіцієнтами пропускної здатності [4];
- у системі немає зворотних потоків (рециклів), усі труби розташовуються на одному рівні;
- режим функціонування стаціонарний.

Однією з доволі розповсюджених та практично важливих задач [1-4] є проблема, пов'язана з необхідністю визначення витрат рідини через звужуючі пристрої та тисків у розгалуженнях на основі відомих значень тисків на вході та виході системи.

Падіння тиску рідини за наявності місцевого опору у потоці визначається за формулою Вейсбаха [5]:

$$\Delta p = \zeta \frac{\rho w^2}{2}, \quad (1)$$

де $w = v/f$ – середня лінійна швидкість руху потоку, м/с, v – об'ємна витрата потоку, м³/с; f – площа поперечного перетину трубопроводу, м²; ρ – густина потоку, кг/м³; ζ – коефіцієнт місцевого опору.

Падіння тиску визначимо через об'ємну витрату потоку:

$$\Delta p = \frac{\zeta \cdot \rho}{2 \cdot f^2} v^2 \quad (2)$$

Звідки, об'ємна витрата дорівнює:

$$v = \frac{f \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{\zeta \cdot \rho}} \sqrt{\Delta p}, \text{ або } v = k \sqrt{\Delta p},$$

де k – коефіцієнт пропускної здатності звужуючого пристрою, $\text{м}^{3,5} / \text{кг}^{0,5}$. Його величина розраховується наступним чином:

$$k = \frac{f \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{\zeta \cdot \rho}}. \quad (3)$$

З урахуванням того, що знаки величин об'ємної витрати v та падіння тиску Δp повинні збігатися, рівняння набуває вигляду

$$v = k \cdot |\Delta p|^{0,5} \cdot \text{sign}(\Delta p), \quad (4)$$

де $\text{sign}()$ – функція «знак»;

$$\text{sign}(\Delta p) = \pm 1.$$

Кількість рівнянь (4) дорівнює кількості звужувальних пристроїв. Ця система рівнянь доповнюється рівняннями матеріальних балансів у точках розгалуження [6]. Для кожного окремого вузла рівняння має вигляд:

$$\sum_{j=1}^K v_j = 0, \quad (5)$$

де K – кількість гілок трубопроводів, підключених до вузла.

У підсумку математична модель реального трубопроводу представлятиме собою систему нелінійних алгебраїчних рівнянь. Для вирішення такого типу систем нелінійних рівнянь найчастіше застосовують метод зведення системи нелінійних рівнянь до одного неявного нелінійного рівняння, яке розв'язують чисельним методом ітерацій з релаксацією [7]. Цей метод заснований на принципах простої ітерації. Пошук рішення відбувається шляхом побудови послідовних наближень. Метод простої ітерації у таких задачах не дає збіжності, рекурентна ж формула метода ітерацій з релаксацією для визначення початкового наближення для наступної ітерації містить коефіцієнт релаксації, який необхідно попередньо підбирати для досягнення збіжності [6]. Цей метод також є чутливим до початкового наближення. При побудові алгоритму необхідно передбачати можливість зациклення розрахунку. Усі ці недоліки метода вносять складнощі на етапі створення розрахункового алгоритму та проведенні імітаційного моделювання [8].

Метою даної роботи є розробка алгоритму, який буде позбавлений усіх названих недоліків, а саме: не вимагатиме підбору коефіцієнтів релаксації, є малочутливим до початкового наближення та гарантує високу збіжність методу.

Сутність методу полягає у тому, що система нелінійних алгебраїчних рівнянь трансформується у задачу оптимізації [9]. У якості цільової функції використовується сума відхилень початкових наближень у вхідних вентилях системи трубопроводів від їхніх розрахункових значень.

$$\sum_{i=1}^N |v_i^{in} - \hat{v}_i| \rightarrow \min, \quad (6)$$

де v_i^{in} – наближення значення витрати в i -му вхідному вентилі, м³/с; \hat{v}_i – розрахункове значення витрати в i -му вхідному вентилі, м³/с.

Цільова функція доповнюється системою рівнянь, яка отримується з системи (4) наступним шляхом. Вважаючи відомими значення витрат через вхідні вентиля, визначають усі інші невідомі витрати та тиски. У якості відомих значень витрат через вхідні вентиля приймають їх наближення. Потім з системи (5) отримують розрахункові значення витрат у вхідних вентилях, тобто ті, які були задані у якості наближень. Таким чином, усі раніше невідомі величини стають функціями від наближень. Далі за методом Нелдера-Міда [10, 11] здійснюють пошук значень v_i^{in} , які відповідатимуть умовам мінімуму цільової функції (6). За знайденими значеннями v_i^{in} визначають усі інші невідомі витрати та тиски.

Даний алгоритм доцільно більш детально розглянути на прикладі.

У якості прикладу розглянемо систему трубопроводів, представлену на рис. 1.

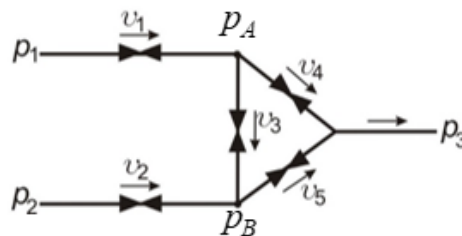


Рисунок 1 – Схема гідравлічної системи

Значення коефіцієнтів пропускної здатності звужуючих пристроїв для системи, що розглядається, прийняті (в м^{3,5}/кг^{0,5}): $k_1 = 0,017$, $k_2 = 0,015$, $k_3 = 0,008$, $k_4 = 0,013$, $k_5 = 0,008$. Значення тисків на входах і виходах системи прийняті (у Па): $p_1 = 300000$, $p_2 = 260000$, $p_3 = 150000$.

Математична модель даної гідравлічної системи в стаціонарному режимі містить п'ять рівнянь типу (4), відповідно до кількості звужуючих пристроїв, для визначення об'ємної витрати рідини через кожний ventиль:

$$v_1 = k_1 \cdot \sqrt{|p_1 - p_A|} \cdot \text{sign}(p_1 - p_A); \quad (7)$$

$$v_2 = k_2 \cdot \sqrt{|p_A - p_2|} \cdot \text{sign}(p_A - p_2); \quad (8)$$

$$v_3 = k_3 \cdot \sqrt{|p_A - p_B|} \cdot \text{sign}(p_A - p_B); \quad (9)$$

$$v_4 = k_4 \cdot \sqrt{|p_A - p_3|} \cdot \text{sign}(p_A - p_3); \quad (10)$$

$$v_5 = k_5 \cdot \sqrt{|p_B - p_3|} \cdot \text{sign}(p_B - p_3). \quad (11)$$

Вона доповнюється двома рівняннями виду (5) відповідно до кількості вузлів розгалуження, на яких відбувається зміна тиску:

$$v_1 = v_3 + v_4; \quad (12)$$

$$v_5 = v_2 + v_3. \quad (13)$$

Величина відхилення розрахованих значень від заданих початкових наближень становить

$$\delta = |v_1 - \hat{v}_1| + |v_2 - \hat{v}_2|. \quad (14)$$

Мета полягає в отриманні результату, при якому відхилення було б менше заданої точності розрахунку. Тому сформулюємо це як задачу мінімізації функції

$$\delta = |v_1 - \hat{v}_1| + |v_2 - \hat{v}_2| \rightarrow \min. \quad (15)$$

Величини \hat{v}_1 , \hat{v}_2 є функціями $\hat{v}_1(v_1, v_2)$, $\hat{v}_2(v_1, v_2)$ від наближень витрат v_1 , v_2 . Тоді цільова функція набуває вигляду:

$$F(v_1, v_2) = |v_1 - \hat{v}_1(v_1, v_2)| + |v_2 - \hat{v}_2(v_1, v_2)| \rightarrow \min. \quad (16)$$

Для визначення параметрів $\hat{v}_1(v_1, v_2)$, $\hat{v}_2(v_1, v_2)$ необхідно спочатку визначити усі інші невідомі витрати та тиски, а саме тиски у точках розгалуження p_A , p_B та об'ємні витрати рідини v_3 , v_4 , v_5 , які б були залежними тільки від об'ємних витрат v_1 , v_2 .

З системи рівнянь (7)–(11) отримаємо:

$$p_A(v_1) = p_1 - \left(\frac{v_1}{k_1}\right)^2 \cdot \text{sign}(v_1); \quad (17)$$

$$p_B(v_2) = p_2 - \left(\frac{v_2}{k_2}\right)^2 \cdot \text{sign}(v_2); \quad (18)$$

$$v_3(v_1, v_2) = k_3 \cdot \sqrt{|p_A(v_1) - p_B(v_2)|} \cdot \text{sign}(p_A(v_1) - p_B(v_2)); \quad (19)$$

$$v_4(v_1) = k_4 \cdot \sqrt{|p_A(v_1) - p_3|} \cdot \text{sign}(p_A(v_1) - p_3); \quad (20)$$

$$v_5(v_2) = k_5 \cdot \sqrt{|p_B(v_2) - p_3|} \cdot \text{sign}(p_B(v_2) - p_3). \quad (21)$$

З рівнянь (12)–(13) виразимо $\hat{v}_1(v_1, v_2)$, $\hat{v}_2(v_1, v_2)$ через їхні наближення.

$$\hat{v}_1(v_1, v_2) = v_3(v_1, v_2) + v_4(v_1) \quad (22)$$

$$\hat{v}_2(v_1, v_2) = -v_3(v_1, v_2) + v_5(v_2) \quad (23)$$

Для оптимізації функцій декількох змінних $F(\bar{x})$ використовуються різні числові методи багатовимірної оптимізації. Розв'язання оптимізаційних задач являє собою ітераційний процес переміщення по гіперповерхні цільової функції до точки оптимуму.

З них був обраний метод деформованого багатогранника Нелдера-Міда (симплексного методу Нелдера-Міда). Серед його переваг можна відзначити відсутність потреби у визначенні похідних цільової функції, простоту в реалізації та гарну збіжність.

Нелдер і Мід запропонували [10] метод визначення мінімуму функції кількох змінних із використанням $n+1$ вершин деформованого симплексу в n -вимірному просторі. Кожна вершина відповідає вектору \bar{x} значень цільової функції. Це метод можна використовувати і для задач безумовної оптимізації [12].

Початковий симплекс є регулярним, це правильний багатогранник, утворений $(n+1)$ -ю рівновіддаленими одна від одної вершинами. Для випадку двох змінних $n=2$ симплекс являє собою рівносторонній трикутник на площині.

У процесі оптимізації відбувається деформація симплекса, тому метод і називають методом деформованого багатогранника. При цьому зміни геометричного положення стосуються тільки гіршої з точок, тобто точки з найбільшим значенням функції. Процес послідовної заміни точки з максимальним значенням $F(\bar{x})$ на точки з меншим значенням функції продовжуватиметься доти, поки не буде знайдено мінімум $F(\bar{x})$.

Алгоритм пошуку мінімуму функції за методом Нелдера-Міда складається з наступних кроків [10, 13].

1. Виконують операцію сортування за зростанням значення функції; нумерують вершини в за результатом сортування, починаючи з меншого значення функції.

2. Вершина симплексу з найбільшим (найгіршим) значенням функції $\bar{x}_{n+1}^{(k)}$ дзеркально відображається через центр тяжіння решти вершин у нову точку $\bar{u}^{(k)}$ – вершину нового багатогранника.

3. У новій точці $\bar{u}^{(k)}$ визначають значення функції $F(\bar{u}^{(k)})$ та порівнюють із значеннями функцій у інших вершинах багатогранника [14].

4. Оцінюють нову вершину. Якщо у новій точці $\bar{u}^{(k)}$ значення функції менше, ніж у точці $\bar{x}_{n+1}^{(k)}$, то у ситуації:

а) коли значення функції у точці $\bar{u}^{(k)}$ лежить між значеннями функцій у першій та передостанній точках симплекса, вершину $\bar{x}_{n+1}^{(k)}$ замінюють на $\bar{u}^{(k)}$. Відображення замінює оригінал, формується новий симплекс (деформований) для нової $k+1$ -ої ітерації. Переходять до пункту 6.

б) коли значення функції у точці $\bar{u}^{(k)}$ менше за значення у першій точці симплекса, то вершина, отримана в результаті віддзеркалення, є кращою з вершин. Симплекс розтягують в напрямі відображення, визначають координати нової точки $\bar{v}^{(k)}$, вершина $\bar{x}_{n+1}^{(k)}$ переноситься в точку $\bar{v}^{(k)}$. Переходять до пункту 6.

в) коли значення функції в точці $\bar{u}^{(k)}$ більше за значення у передостанній точці симплекса, виконують стиснення симплексу. Ця процедура застосовується, коли за відображенням отримали точку, яка гірша за гарну передостанню точку, або така сама (є вірогідність, що отримають усередині симплексу кращу точку). Визначають точку $\bar{w}^{(k)}$.

5. Обчислюється значення функції в точці $\bar{w}^{(k)}$.

Якщо $F(\bar{w}^{(k)}) < \min \{ F(\bar{x}_{n+1}^{(k)}), F(\bar{u}^{(k)}) \}$, то вершина $\bar{x}_{n+1}^{(k)}$ замінюється на $\bar{w}^{(k)}$.

У іншому випадку здійснюється редукція [15] (зменшення розміру симплексу шляхом наближення усіх його вершин до вершини $\bar{x}_1^{(k)}$ з метою звузити зону пошуку навколо найкращої точки).

6. Після завершення k -ї ітерації проводиться перевірка виконання критерія

$$\left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=2}^{n+1} \left[F(\bar{x}_i^{(k)}) - F(\bar{x}_1^{(k)}) \right]^2 \right\}^{1/2} \leq \varepsilon, \quad (24)$$

де ε – заздалегідь задана точність розрахунку.

Якщо нерівність (24) виконується, то на цьому пошук мінімуму функції закінчується. У якості точки мінімуму приймається точка $\bar{x}_1^{(k)}$.

Якщо критерій не виконується, то з новим побудованим симплексом переходять до нової ітерації, починаючи її з кроку номер 1.

При вирішенні задачі мінімізації (16)–(23) методом Нелдера-Міда витрати v_1, v_2 становлять точку в факторному просторі \bar{x} . Початковий регулярний симплекс для двох змінних це трикутник з вершинами $x_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix}$, $x_2^{(1)} = \begin{pmatrix} 3,966 \\ 10,259 \end{pmatrix}$, $x_3^{(1)} = \begin{pmatrix} 3,259 \\ 10,966 \end{pmatrix}$. Верхній індекс у дужках означає номер ітерації. Координати кожної вершини симплекса (трикутника) – витрати v_1, v_2 , які змінюють значення в процесі пошуку.

Вершини симплекса нумерують за зростанням значень функцій (рис. 2).

На першій ітерації вершина симплексу з найбільшим (найгіршим) значенням функції $\bar{x}_3^{(1)}$ проектується через центр тяжіння вершин $\bar{x}_1^{(1)}$ та $\bar{x}_2^{(1)}$ на належну відстань в нову точку $\bar{u}^{(1)}$ – вершину нового багатогранника. Відбувається процес відображення (відбиття) вершини $\bar{x}_3^{(1)}$.

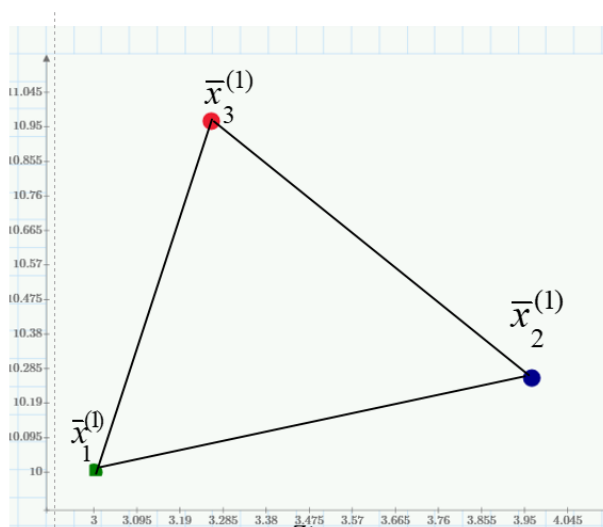


Рисунок 2 – Початковий регулярний симплекс

У відображеній точці $\bar{u}^{(1)}$ визначають значення функції $F(\bar{u}^{(1)})$. Порівняння зі значеннями функцій у інших вершинах багатогранника показало, що визначена точка $\bar{u}^{(1)}$ є найкращою з усіх та має найменше значення функції $F(\bar{u}^{(1)})$. Тому відбувається розтягнення – симплекс розтягують у напрямку відображення і визначають координати нової точки, до якої переноситься вершина $\bar{x}_3^{(1)}$. Визначається нове значення функції. Так сформувався новий симплекс для другої ітерації (рис. 3).

На початку кожної нової ітерації вершини нумерують за зростанням функцій.

В таблиці 1 показано, що на перших трьох ітераціях процесу оптимізації відбувалося розтягнення симплексу, а на четвертій ітерації значення функції у відображеній точці $u^{(4)}$ виявилось більшим, ніж у другій точці $x_2^{(4)}$. Усе це призвело до стиснення симплекса (рис. 4).

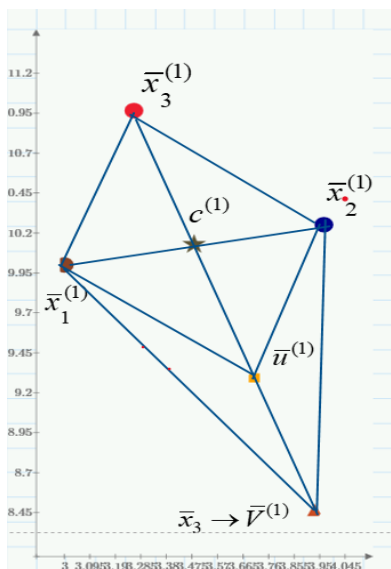


Рисунок 3 – Перша ітерація. Розтягнення симплекса

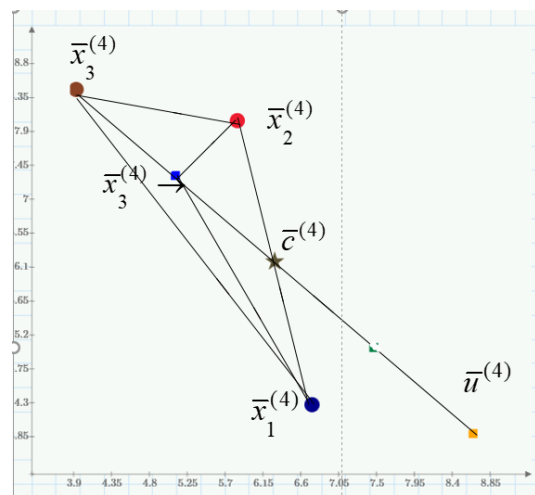


Рисунок 4 – Четверта ітерація. Стиснення симплекса

На п'ятій ітерації виконалось співвідношення $F(\bar{x}_1^{(5)}) \leq F(\bar{u}^{(5)}) < F(\bar{x}_2^{(5)})$, через це вершина $\bar{x}_3^{(5)}$ замінилась на відображення $\bar{u}^{(5)}$ (рис. 5).

Результати обчислень на перших шести, а також проміжній та кінцевій ітераціях наведені у таблиці 1.

Початкова траєкторія руху до оптимуму функції показана на рис. 6, на першій ітерації відмічені симплекс, центр тяжіння і точка відбиття.

У результаті розв'язання задачі мінімізації (16)–(23) методом Нелдера-Міда з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$ отримані значення об'ємних витрат рідини через звужуючі пристрої $v_1 = 4,151$, $v_2 = 2,15$. Далі з рівнянь (17)–(21) визначені витрати $v_3 = 0,243$, $v_4 = 3,908$, $v_5 = 2,393$ та тиски у точках розгалуження $p_A = 2,404 \cdot 10^5$, $p_B = 2,395 \cdot 10^5$.

У процесі моделювання проведено розрахункові дослідження щодо впливу вхідного тиску p_1 у діапазоні 300 000÷500 000 Па з кроком 50 000 Па на зміну параметрів системи. Результати приведені на рис. 7 та рис. 8.

Таблиця 1 – Результати ітераційних обчислень

Початковий симплекс			Сортування вершин симплексу				Номер ітерації
$x_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix}$ F1=26.88	$x_2^{(1)} = \begin{pmatrix} 3,966 \\ 10,259 \end{pmatrix}$ F2=25,87	$x_3^{(1)} = \begin{pmatrix} 3,259 \\ 10,966 \end{pmatrix}$ F3=29.027	Центр тяжіння вершин x_1, x_2	Відбиття	Перенесення вершини в нову точку		
$x_1^{(1)} = \begin{pmatrix} 3,966 \\ 10,259 \end{pmatrix}$ F1=25,87	$x_2^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix}$ F2=26.88	$x_3^{(1)} = \begin{pmatrix} 3,259 \\ 10,966 \end{pmatrix}$ F3=29.027	$c^{(1)} = \begin{pmatrix} 3,483 \\ 10,129 \end{pmatrix}$	$u^{(1)} = \begin{pmatrix} 3,707 \\ 9,293 \end{pmatrix}$ Fu = 23,747	$x_3^{(1)} \rightarrow \begin{pmatrix} 3,931 \\ 8,456 \end{pmatrix}$ F3=21,038	Розтяг. симпл.	1
$x_1^{(2)} = \begin{pmatrix} 3,931 \\ 8,456 \end{pmatrix}$ F1=21.038	$x_2^{(2)} = \begin{pmatrix} 3,966 \\ 10,259 \end{pmatrix}$ F2=25,87	$x_3^{(2)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix}$ F3=26.88	$c^{(2)} = \begin{pmatrix} 3,949 \\ 9,358 \end{pmatrix}$	$u^{(2)} = \begin{pmatrix} 4,897 \\ 8,715 \end{pmatrix}$ Fu = 19,684	$x_3^{(2)} \rightarrow \begin{pmatrix} 5,846 \\ 8,043 \end{pmatrix}$ F3=15,291	Розтяг. симпл.	2
$x_1^{(3)} = \begin{pmatrix} 5,846 \\ 8,043 \end{pmatrix}$ F1=15,291	$x_2^{(3)} = \begin{pmatrix} 3,931 \\ 8,456 \end{pmatrix}$ F2=21.36	$x_3^{(3)} = \begin{pmatrix} 3,966 \\ 10,259 \end{pmatrix}$ F3=25,87	$c^{(3)} = \begin{pmatrix} 4,889 \\ 8,265 \end{pmatrix}$	$u^{(3)} = \begin{pmatrix} 5,811 \\ 6,27 \end{pmatrix}$ Fu = 11,75	$x_3^{(3)} \rightarrow \begin{pmatrix} 6,734 \\ 4,276 \end{pmatrix}$ F3=10,733	Розтяг. симпл.	3
$x_1^{(4)} = \begin{pmatrix} 6,734 \\ 4,276 \end{pmatrix}$ F1=10,733	$x_2^{(4)} = \begin{pmatrix} 5,846 \\ 8,043 \end{pmatrix}$ F2=15,291	$x_3^{(4)} = \begin{pmatrix} 3,931 \\ 8,456 \end{pmatrix}$ F3=21.32	$c^{(4)} = \begin{pmatrix} 6,29 \\ 6,174 \end{pmatrix}$	$u^{(4)} = \begin{pmatrix} 8,648 \\ 3,893 \end{pmatrix}$ Fu = 16,923	$x_3^{(4)} \rightarrow \begin{pmatrix} 7,469 \\ 5,033 \end{pmatrix}$ 15.607	Стисн. симпл.	4
$x_1^{(5)} = \begin{pmatrix} 6,734 \\ 4,276 \end{pmatrix}$ F1=10,733	$x_2^{(5)} = \begin{pmatrix} 5,846 \\ 8,043 \end{pmatrix}$ F2=15,291	$x_3^{(5)} = \begin{pmatrix} 7,469 \\ 5,033 \end{pmatrix}$ 15.607	$c^{(5)} = \begin{pmatrix} 6,29 \\ 6,174 \end{pmatrix}$	$u^{(5)} = \begin{pmatrix} 5,11 \\ 7,315 \end{pmatrix}$ Fu = 15,168	$x_3^{(5)} \rightarrow \begin{pmatrix} 5,11 \\ 7,315 \end{pmatrix}$ F = 15,168	Відобр. симпл.	5
$x_1^{(6)} = \begin{pmatrix} 6,734 \\ 4,276 \end{pmatrix}$ F1=10,733	$x_2^{(6)} = \begin{pmatrix} 5,645 \\ 7,784 \end{pmatrix}$ F1=15,069	$x_3^{(6)} = \begin{pmatrix} 5,11 \\ 7,315 \end{pmatrix}$ F = 15,168	$c^{(6)} = \begin{pmatrix} 5,922 \\ 5,796 \end{pmatrix}$	$u^{(6)} = \begin{pmatrix} 5,998 \\ 3,519 \end{pmatrix}$ Fu = 5,556	$x_3^{(6)} \rightarrow \begin{pmatrix} 5,998 \\ 3,519 \end{pmatrix}$ F = 5,556	Відобр. симпл.	6
...		
$x_1^{(40)} = \begin{pmatrix} 4,147 \\ 2,146 \end{pmatrix}$ F1=0,012	$x_2^{(40)} = \begin{pmatrix} 4,155 \\ 2,159 \end{pmatrix}$ F1=0,019	$x_3^{(40)} = \begin{pmatrix} 4,157 \\ 2,155 \end{pmatrix}$ F3=0,021	$c^{(40)} = \begin{pmatrix} 4,151 \\ 2,152 \end{pmatrix}$	$u^{(40)} = \begin{pmatrix} 4,145 \\ 2,149 \end{pmatrix}$ Fu = 0,047	$x_3^{(40)} \rightarrow \begin{pmatrix} 4,145 \\ 2,149 \end{pmatrix}$ F = 0,047	Відобр. симпл.	40
...		
$x_1^{(52)} = \begin{pmatrix} 4,151 \\ 2,15 \end{pmatrix}$ F = 1,8 · 10 ⁻⁴	$x_2^{(52)} = \begin{pmatrix} 4,151 \\ 2,15 \end{pmatrix}$ F = 2,1 · 10 ⁻⁴	$x_3^{(52)} = \begin{pmatrix} 4,151 \\ 2,15 \end{pmatrix}$ F = 2,6 · 10 ⁻⁴					52

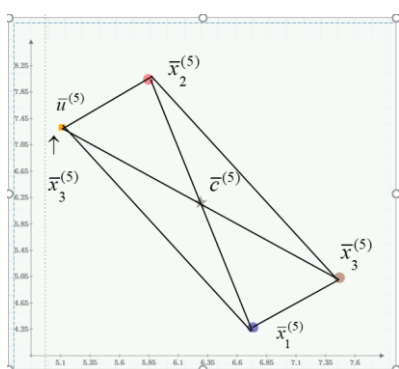


Рисунок 5 – Подальші ітерації Відображення симплекса

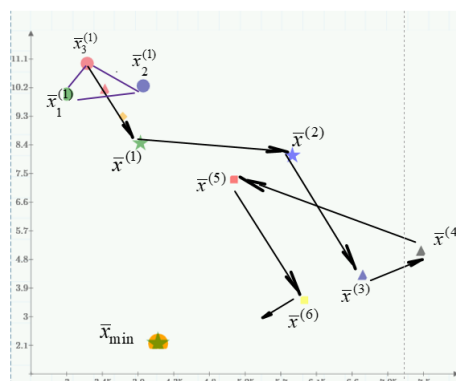


Рисунок 6 – Траєкторія руху до точки мінімуму на перших ітераціях

У процесі моделювання проведено розрахункові дослідження щодо впливу вхідного тиску p_1 у діапазоні 300 000÷500 000 Па з кроком 50 000 Па на зміну параметрів системи. Результати приведені на рис. 7 та рис. 8.

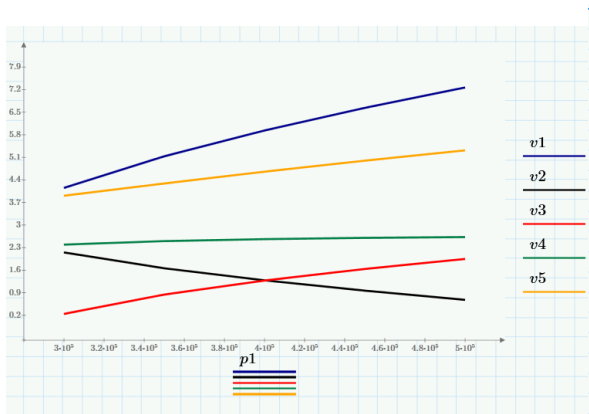


Рисунок 7 – Залежність об’ємних витрат через вентиля від вхідного тиску

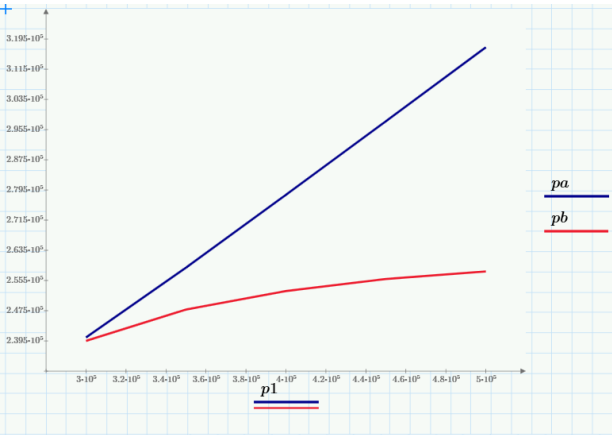


Рисунок 8 – Залежність тисків в точках розгалуження трубопроводів від вхідного тиску

Таким чином, у роботі запропонована й обґрунтована можливість та доцільність використання методу розрахунку параметрів гідравлічних систем трубопроводів за допомогою методу, який дозволяє сформулювати розрахункову математичну модель у вигляді оптимізаційної задачі. Показана ефективність використання для пошуку мінімуму цільової функції безградієнтного метода Нелдера-Міда. Запропонований підхід спрощує пошук рішення порівняно з традиційним підходом, заснованим на числовому розв’язанні системи нелінійних рівнянь і дозволяє прискорити імітаційне моделювання.

Bibliography

1. Isermann, R. (2006). Digital Control Systems: Design, Identification and Implementation. 2nd ed. Berlin: Springer.
2. Rao, S.S. (2009). Engineering Optimization: Theory and Practice. 4th ed. New York: Wiley.
3. Zhu, H., Liu, X. and Wang, S. (2022). Optimization Techniques in Hydraulic Systems: Applications of the Nelder-Mead Method. Journal of Fluid Engineering, 144(7), pp. 1–18.
4. Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P. (2007). Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. 3rd ed. Cambridge: Cambridge University Press.
5. Avriel, M. (2003). Nonlinear Programming: Analysis and Methods. New York: Dover Publications.
6. Dennis, J.E. and Schnabel, R.B. (1996). Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations. Philadelphia: SIAM.
7. Gill, P.E., Murray, W. and Wright, M.H. (1981). Practical Optimization. London: Academic Press.
8. Rios, L. and Sahinidis, N.V. (2013). Derivative-Free Optimization: A Review of Algorithms and Comparison with Nelder-Mead Approach. Journal of Global Optimization, 56(3), pp. 457–479.

9. Cerf, M. (2023). 2.4 Nelder-Mead method. In: Optimization Techniques I: Continuous Optimization. Les Ulis: EDP Sciences, pp. 131–140. [Online]. Available at: <https://doi.org/10.1051/978-2-7598-3162-3.c014>.

10. Nelder, J.A. and Mead, R. (1965). A Simplex Method for Function Minimization. Computer Journal, 7(4), pp. 308–313.

11. Pasini, F., Lovison, A. and Poloni, C. (2018). Constrained Globalized Nelder-Mead Method for Multidimensional Optimization. Computational Mechanics, 62(3), pp. 433–445.

12. Zhang, J. and Liu, Y. (2015). Simulated Hydraulic Flow Optimization Using Nelder-Mead in Engineering Design. Computational Fluid Dynamics Journal, 63(4), pp. 129–144.

13. Fletcher, R. (1987). Practical Methods of Optimization. 2nd ed. Chichester: Wiley.

14. Siddiqui, M., Malik, F. and Anwar, Z. (2020). Enhanced Nelder-Mead Algorithm for Flow Dynamics in Hydraulic Networks. Applied Mathematical Modelling, 77(2), pp. 292–310.

15. Luersen, M.A. and Le Riche, R. (2004). Globalized Nelder-Mead Method for Engineering Optimization. Computers and Structures, 82(1), pp. 1–14. [Online]. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.03.072>.

УДК 66.06:515.1

Є. Д. Пономаренко, доцент, А. М. Миронов, к. техн. н., доцент,
М. В. Ільченко, к. техн. н., доцент, К. О. Горбунов, к. техн. н., професор,
С. М. Биканов, к. техн. н., доцент, Г. В. Пономаренко, к. техн. н., доцент,
Л. В. Соловей, ст. викладач

МОДИФІКОВАНИЙ ЧИСЛОВИЙ МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ГІДРАВЛІЧНИХ СИСТЕМ ДЛЯ РОЗРОБКИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ КОМП'ЮТЕРНИХ ІМІТАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОМИСЛОВИХ ХІМІЧНИХ ВИРОБНИЦТВ

У статті представлено модифікований числовий метод визначення параметрів гідравлічних систем, що знаходять застосування при створенні математичних моделей та інформаційно-імітаційних комплексів для моделювання хімічних виробництв. Описано, як у таких системах рідини, газу або їхні суміші переміщуються через трубопроводи з клапанами, компресорами та іншими елементами, що потребують точного моделювання для забезпечення стабільності та продуктивності. Традиційні підходи до числового розв'язання систем нелінійних рівнянь часто стикаються з такими проблемами, як чутливість до початкових наближень та необхідність підбору коефіцієнтів релаксації, що ускладнює процес імітаційного моделювання.

Запропонований метод базується на перетворенні нелінійної системи рівнянь на задачу оптимізації. Для мінімізації відхилення між початковими наближеннями та розрахунковими параметрами використовується метод Нелдера-Міда, який не вимагає градієнтів та використовує просту геометричну трансформацію симплекса. Завдяки цьому підходу вдалося вирішити проблеми, властиві методам ітерацій із релаксацією, забезпечуючи високу точність, стабільну збіжність і швидкість обчислень. Перевагою методу є його універсальність та можливість адаптації до складних систем.

Для перевірки ефективності методу розглянуто приклад реальної гідравлічної системи з кількома звужувальними пристроями. Математична модель описує тиски та витрати в системі через систему рівнянь, яка включає матеріальні баланси у вузлах розгалужень. Проведено числові експерименти для аналізу впливу вхідного тиску на параметри системи, що підтвердило коректність та високу точність запропонованого алгоритму. Виявлено, що метод дозволяє точно моделювати параметри системи в стаціонарних режимах і визначати критичні точки оптимізації.

Таким чином, запропонований підхід має потенціал для застосування в проектуванні та експлуатації промислових хімічних установок. Це рішення значно спрощує процеси побудови математичних моделей, підвищує їхню надійність та прискорює імітаційне моделювання, сприяючи підвищенню ефективності управління технологічними процесами.

Ключові слова: математична модель, числові методи, гідравлічні системи, імітаційна модель, метод Нелдера-Міда, симплекс, трубопроводи.

Ye. D. Ponomarenko, A. M. Myronov, M. V. Ilchenko, K. O. Gorbunov, S. M. Bykanov,
G. V. Ponomarenko, L. V. Solovei

A MODIFIED NUMERICAL METHOD OF DETERMINING HYDRAULIC SYSTEM PARAMETERS FOR THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELS AND INFORMATION COMPLEXES OF COMPUTER SIMULATION MODELS FOR INDUSTRIAL CHEMICAL PRODUCTION

The paper introduces a modified numerical method for determining the parameters of hydraulic systems used in mathematical modeling and simulation-based computer systems for industrial chemical production. It explores the dynamics of fluids, gases, and their mixtures as they traverse pipelines equipped with valves, compressors, and other complex components. Traditional methods for solving nonlinear equation systems often face limitations, including sensitivity to initial approximations and the need for relaxation coefficient adjustments, which complicate simulation processes.

The proposed method converts nonlinear equations into an optimization problem, using the Nelder-Mead algorithm to minimize deviations between initial estimates and computed parameters. This derivative-free approach employs a simplex geometric transformation, overcoming issues associated with iterative methods and delivering high accuracy, stable convergence, and computational efficiency. Its adaptability makes it suitable for handling intricate hydraulic systems.

To validate the method, a practical example involving a pipeline system with multiple restricting devices is analyzed. The mathematical model includes equations for pressures and flow rates, supplemented by material balance constraints at branching points. Numerical experiments evaluate how input pressure influences system parameters, demonstrating the model's robustness and precision. The results confirm that the method accurately simulates system parameters under steady-state conditions and identifies critical optimization points.

This innovative approach offers significant advantages for designing and managing industrial chemical facilities. By simplifying model construction, enhancing reliability, and accelerating simulation processes, the method provides a powerful tool for optimizing the operation and control of complex technological systems.

Keywords: mathematical model, numerical methods, hydraulic systems, simulation model, Nelder-Mead method, simplex, pipelines.