

Г. А. Крутіков, д.т.н., професор, Д. Ю. Бородін, к.техн.н., доцент

ВИЗНАЧЕННЯ ЗМІННИХ СТАНУ ДИСКРЕТНОГО ПНЕВМОПРИВОДУ ШЛЯХОМ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ СІЧНИХ ПРИ ЛІНЕАРИЗАЦІЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Ключові слова: математична модель, лінеаризація, критерії динамічної подоби пневмоприводу, метод січних, змінні стану дискретного пневмоприводу.

Математична модель дискретного (розімкнутого) пневмоприводу (рис. 1) є системою нелінійних диференціальних рівнянь, яку прийнято вирішувати чисельним методом [2, 4, 10]:

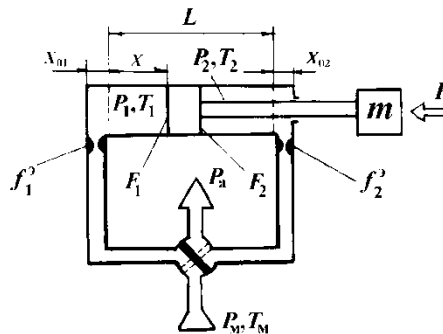


Рисунок 1 – Розрахункова схема ПП

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_1}{dt} = \frac{k f_1^3 p_M \sqrt{k R T_M} \varphi\left(\frac{p_1}{p_M}\right)}{F_1(x_{01} + x)} - \frac{k p_1}{x_{01} + x} \cdot \frac{dx}{dt}; \\ \frac{dp_2}{dt} = - \frac{k f_2^3 p_2^{\frac{3k-1}{2k}} \sqrt{k R T_M} \varphi\left(\frac{p_a}{p_2}\right)}{F_2(L - x + x_{02}) p_M^{\frac{k-1}{2k}}} + \frac{k p_2}{L - x + x_{02}} \cdot \frac{dx}{dt}; \\ \frac{dx}{dt} = v; \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} (p_1 F_1 - p_2 F_2 - P), \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\text{де } \varphi(\sigma) = \begin{cases} 0,579 & \text{при } \sigma < 0,528 \\ \sqrt{\frac{2}{k-1} \left(\sigma^{\frac{2}{k}} - \sigma^{\frac{k+1}{k}} \right)} & \text{при } \sigma > 0,528 \end{cases}$$

Під час розгляду слідкуючих гідропневоприводів часто використовують лінеаризовані математичні моделі, одержувані шляхом заміни реальних нелінійних

залежностей першими членами їх розкладання до ряду Тейлора [1]. Використання гіпотези малого відхилення змінних у такому випадку цілком припустимо, тому що через наявність зворотного зв'язку відхилення реальних величин у фізичній моделі від значень, що встановилися, як правило, незначні. При розгляді дискретних (розімкнутих) пневмоприводів (ПП) цей підхід призводить до дуже великих похибок, так як при спрацюванні такого ПП тиск в порожнинах циліндра, швидкість і положення поршня змінюються в широких межах.

Перейдемо до безрозмірної форми запису рівнянь (1) виходячи з принципу мінімізації незалежних параметрів, визначальних характер перехідного процесу (2) [2,6,12].

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\sigma_1}{d\tau} = \frac{k}{\xi_{01} + \xi} \left[\varphi(\sigma_1) - \sigma_1 \frac{d\xi}{d\tau} \right] \\ \frac{d\sigma_2}{d\tau} = \frac{k}{\xi_{02} + 1 - \xi} \left[\frac{\Omega \sigma_2^{\frac{3k-1}{2k}} \varphi\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_2}\right)}{\Pi_{21}^F} - \sigma_2 \frac{d\xi}{d\tau} \right] \\ \frac{d^2\xi}{d\tau^2} = \frac{1}{\beta} (\sigma_1 - \Pi_{21}^F \sigma_2 - \chi) \end{array} \right. \quad (2)$$

де $\sigma_1 = p_1/p_m$; $\sigma_2 = p_2/p_m$; $\xi = x/L$ – безрозмірний тиск і переміщення поршня;
 $\Pi_{21}^F = \frac{F_2}{F_1}$; $\tau = t/t_6$ – безрозмірний час; $t_6 = \frac{F_1 \cdot L}{f_1^3 \cdot \sqrt{k \cdot R \cdot T_m}}$.

Базова одиниця часу t_6 , як видно з виразу, чисельно дорівнює часу заповнення робочого об'єму пневмоциліндра $F_1 \cdot L$ середовищем, що рухається зі швидкістю звуку $a_m = \sqrt{kRT_m}$ через отвір, що дорівнює ефективній площі впускного тракту f_1^3 .

Внаслідок нормування отримуємо систему безрозмірних рівнянь (2). Після нормування в якості незалежних замість 10-ти параметрів у моделі (1) залишаються 4 параметри $\chi, \Omega, \beta, \Pi_{21}^F$. Основними критеріями динамічної подібності є перші три параметри [3, 4, 5]:

1) $\chi = P/(p_m \cdot F_1)$ – відносне статичне навантаження; 2) $\Omega = f_2^3 / f_1^3$ – відносна ефективна площа вихлопного тракту; 3) $\beta = \frac{m \cdot L}{t_6^2 \cdot F_1 \cdot p_m}$ – критерій інерційності (безрозмірна маса), чисельно рівний відношенню сили інерції при базовому прискоренні $\frac{L}{t_6^2}$ до максимальної (індикаторної) сили, що розвивається поршнем.

2.5.1. Вибір раціонального способу лінеаризації нелінійних залежностей у математичній моделі пневмопривода.

Лінеаризації насамперед підлягають нелінійні функції у правих частинах перших двох рівнянь системи (2) $\varphi(\sigma_1)$ и $\psi(\sigma_2) = \sigma_2^{\frac{3k-1}{2k}} \varphi\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_2}\right)$

При зміні в широкому діапазоні відносних тисків σ_1 і σ_2 видаткові функції $\varphi(\sigma_1)$ і $\psi\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_2}\right)$ доцільно замінювати не дотичними, а січними. (рис. 2, 3).

$$\begin{aligned}\bar{\varphi} &= \alpha_1 \sigma_1 + \beta_1; \\ \bar{\psi} &= \alpha_2 \sigma_2 + \beta_2.\end{aligned}\quad (3)$$

При визначенні оптимальних значень коефіцієнтів α і β було закладено два принципи. Перший принцип полягає у дотриманні рівності інтегральних оцінок реальної функціональної залежності та її апроксимації. При цьому середня помилка витрати в робочому діапазоні зміни параметра σ дорівнює нулю.

Наприклад, для першої січної (3) значення α_1 і β_1 можна визначити з наступної рівності:

$$\int_{\sigma_H}^{\sigma_K} \Delta d\sigma_1 = 0, \quad (4)$$

де $\Delta = \varphi(\sigma_1) - (\alpha_1 \sigma_1 + \beta_1)$ – помилка щодо витрати.

У зв'язку з громіздкістю витратної функції $\varphi(\sigma_1)$ її можна замінити більш простим виразом на основі спрощеної формули для масової витрати [6, 8].

$$G = \mu f p_m \sqrt{\frac{2}{RT_1}} \sqrt{\sigma_1 (1 - \sigma_1)}; \quad (5)$$

$$\varphi(\sigma_1) = \sqrt{\frac{2}{k-1}} (\sigma_1^{2/k} - \sigma_1^{k+1/k}) \approx \varphi^*(\sigma_1) = \sqrt{\frac{2}{k}} \sqrt{\sigma_1 - \sigma_1^2}. \quad (6)$$

Вираз, що стоїть у правій частині (6) є рівнянням кола з центром з координатами (0,5; 0) (рис. 2)

$$\begin{aligned}(\sigma_1 - 0,5)^2 + y^2 &= 0,25; \\ y &= \sqrt{0,25 - (\sigma^2 - \sigma + 0,25)} = \sqrt{\sigma - \sigma^2}.\end{aligned}\quad (7)$$

Максимальна помилка від спрощення формули (5) становить 3,4% [6, 8]. Надкритичний режим у разі буде при $\sigma_1 = 0 \div 0,5$.

$$\int_{0,528}^1 \varphi(\sigma) d\sigma \approx \sqrt{\frac{2}{k}} \int_{0,5}^1 \sqrt{\sigma - \sigma^2} d\sigma = 0,234. \quad (8)$$

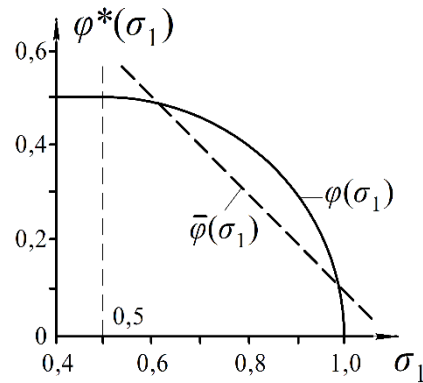


Рисунок 2 – Залежність $\varphi(\sigma_1)$ при докритичному режимі та її лінійна апроксимація

Умова рівності нулю середньої інтегральної помилки призводить до простого інтегрального рівняння

$$\sqrt{\frac{2}{k}} \int_{0,5}^1 \sqrt{\sigma - \sigma^2} d\sigma - \int_{0,5}^1 (\alpha_1 \sigma_1 + \beta_1) d\sigma_1 = 0;$$

Тобто

$$\int_{0,5}^1 (\alpha_1 \sigma_1 + \beta_1) d\sigma_1 = 0,234. \quad (9)$$

Другим принципом при виборі оптимального вираження для січної є умова рівності помилок в межах інтервалу σ_1 , тобто:

$$(\alpha_1 \sigma_1 + \beta_1) - \sqrt{\frac{2}{k}(\sigma_1 - \sigma_1^2)} \Big|_{0,5}^1 = 0. \quad (10)$$

Вирішуючи спільно рівняння (9) та (10), отримаємо універсальне для всього діапазону σ_1 рівняння січної (пунктирна лінія на рис. 2)

$$\varphi^*(\sigma_1) = 1,36 - 1,19\sigma_1, \text{ тобто } \alpha_1 = -1,19; \beta_1 = 1,36. \quad (11)$$

На основі цих принципів, так само як і для $\varphi(\sigma_1)$, значення $\psi(\sigma_2)$ у всій галузі зміни σ_2 можна апроксимувати лінійною залежністю (рис. 3):

$$\bar{\psi} = 0,6\sigma_2 - 0,03, \text{ тобто } \alpha_2 = 0,6; \beta_2 = -0,03. \quad (12)$$

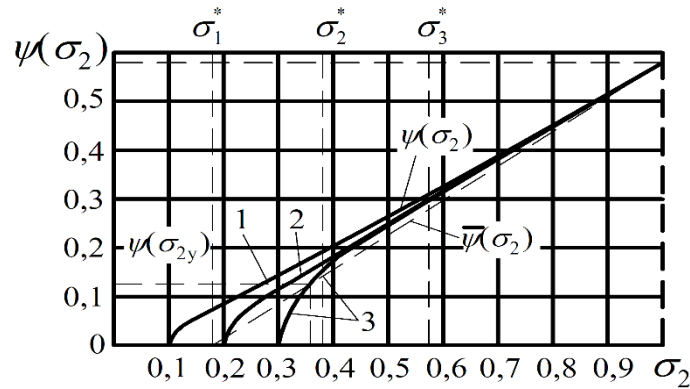


Рисунок 3 – Залежність $\psi(\sigma_2) = \sigma_2^{\frac{3k-1}{2k}} \varphi\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_2}\right)$ а її лінійна апроксимація

(1 – $\sigma_a = 0,1$; 2 – $\sigma_a = 0,2$; 3 – $\sigma_a = 0,3$; σ_1^* , σ_2^* , σ_3^* – критичні відносини тисків для кривих 1, 2, 3)

Лінеаризації також підлягають члени рівнянь системи (2), складені з творів та приватних від поділу шуканих змінних (рис. 4)

$$\frac{k\sigma_1\dot{\xi}}{\xi_{01} + \xi} \approx \frac{k\sigma_{1y}}{\xi_{01} + \xi_c} \dot{\xi}; \quad (13)$$

$$\frac{k\sigma_2\dot{\xi}}{1 + \xi_{02} - \xi} \approx \frac{k\sigma_{2y}\dot{\xi}}{1 + \xi_{02} - \xi_c},$$

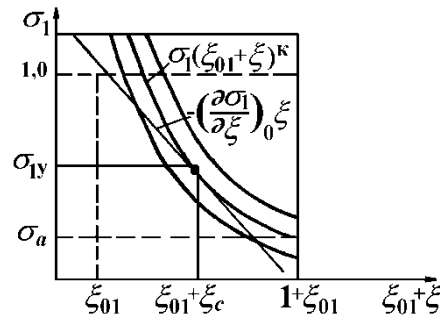


Рисунок 4 – До питання лінеаризації функції $\frac{k\sigma_1}{\xi_{01} + \xi} \xi$

Суть проведеної заміни встановлюється на прикладі розгляду усіченого першого рівняння системи (2)

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_1}{d\tau} &\cong -\frac{k\sigma_1}{\xi_{01} + \xi} \frac{d\xi}{d\tau}, \\ \frac{d\sigma_1}{d\tau} &\cong \frac{k\sigma_{1y}}{\xi_{01} + \xi_c} \frac{d\xi}{d\tau}. \end{aligned} \quad (14)$$

Значення, що встановилися, σ_{1y} , σ_{2y} можна орієнтовно встановити на основі вихідних даних.

$$\sigma_{1y} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\Omega}{2}\right)^2}; \quad \sigma_{2y} = (\sigma_{1y} - \chi) \frac{1}{\Pi_{21}^F}. \quad (15)$$

Інтегрування першого рівняння системи (14) призводить до рівняння адіабатичного процесу.

$$\sigma_1(\xi_{01} + \xi)^k = \text{const.}$$

Інтегрування другого - до лінійної спадної функції, яка є дотичною до кривої $\sigma_1(\xi)$ у точці з координатами $\xi_{01} + \xi_c$, σ_{1y} :

$$\sigma_1 = -\left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi}\right) \xi + C = -\frac{k\sigma_{1y}}{\xi_{01} + \xi_c} \xi + C.$$

Лінійна модель 3-го порядку для дискретного пневмоприводу.

В результаті проведеної лінеаризації система рівнянь ПП набуває вигляду:

$$\begin{cases} \frac{d\sigma_1}{d\tau} = \frac{k\alpha_1}{\xi_{01} + \xi_c} \sigma_1 - \frac{k\sigma_{1y}}{\xi_{01} + \xi_c} \dot{\xi} + \frac{k\beta_1}{\xi_{01} + \xi_c}; \\ \frac{d\sigma_2}{d\tau} = -\frac{k\Omega\alpha_2}{\Pi_{21}^F(1 + \xi_{02} - \xi_c)} \sigma_2 + \frac{k\sigma_{2y}}{1 + \xi_{02} - \xi_c} \dot{\xi} - \frac{k\beta_2\Omega}{\Pi_{21}^F(1 + \xi_{02} - \xi_c)}; \\ \beta \frac{d\xi}{d\tau} = \sigma_1 - \Pi_{21}^F \sigma_2 - \chi. \end{cases} \quad (16)$$

Вирішення цієї системи лінійних неоднорідних рівнянь 3-го порядку видається досить громіздким, що ускладнює їх практичне використання.

Лінійна модель 2-го порядку.

Завдання може бути значно спрощене лише за зниження порядку системи лінійних диференціальних рівнянь. Як свідчить досвід розрахункових робіт, така можливість існує. Можна без помітного погіршення точності розрахунку суттєво спростити лінійну модель, привівши її до системи другого порядку, якщо припустити, що тиск у робочій порожнині встановлюється досить швидко (значно швидше, ніж змінюється швидкість), тобто:

$$\frac{d\sigma_1}{d\tau} = \frac{k}{\xi_{01} + \xi_c} [(\alpha_1\sigma_1 + \beta_1) - \sigma_{1y}\dot{\xi}] \approx 0,$$

звідки

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{1y}\dot{\xi} - \beta_1}{\alpha_1}. \quad (17)$$

Внаслідок цього система лінійних диференціальних рівнянь третього порядку перетворюється на систему другого порядку:

$$\begin{cases} \frac{d\sigma_2}{d\tau} = -\frac{k\alpha_2\Omega\sigma_2}{(1+\xi_{02}-\xi_c)} + \frac{k\sigma_{2y}\dot{\xi}}{(1+\xi_{02}-\xi_c)} - \frac{k\beta_2\Omega}{(1+\xi_{02}-\xi_c)\Pi_{21}^F}; \\ \beta \frac{d\dot{\xi}}{d\tau} = \sigma_1 - \Pi_{21}^F\sigma_2 + \frac{\sigma_{1y}}{\alpha_1}\dot{\xi} - \left(\frac{\beta_1}{\alpha_1} + \chi\right). \end{cases} \quad (18)$$

Відповідна матрична форма системи;

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}, \quad (19)$$

$$\text{де } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}; \quad a_{11} = \frac{k\alpha_2\Omega}{1+\xi_{02}-\xi_c}; \quad a_{12} = \frac{k\sigma_{2y}}{1+\xi_{02}-\xi_c}; \\ a_{21} = -B\Pi_{21}^F; \quad a_{22} = \frac{B\sigma_{1y}}{\alpha_1}; \quad b_1 = \frac{k\beta_2\Omega}{1+\xi_{02}-\xi_c}; \quad b_2 = -\frac{1}{\beta} \left(\frac{\beta_1}{\alpha_1} + \chi \right).$$

Значно спроститься процес знаходження рішення. Коріння характеристичного рівняння знаходиться в результаті розв'язання квадратного рівняння.

$$\lambda_{1,2} = \frac{a_{11} + a_{22} \pm \sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}}}{2}. \quad (20)$$

Модальна матриця H та зворотна їй матриця H^{-1} має вигляд:

$$H = \begin{bmatrix} \lambda_1 - a_{22} & \lambda_2 - a_{22} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; \quad H^{-1} = \frac{1}{a_{21}(\lambda_1 - \lambda_2)} \begin{bmatrix} a_{21} & -(\lambda_2 - a_{22}) \\ -a_{22} & \lambda_1 - a_{22} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Рішення системи (19) знаходиться у вигляді:

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{x}^*, \quad (22)$$

Загальне рішення має вигляд:

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} \frac{((\lambda_1 - a_{22})x_{10} + a_{12}x_{20})e^{\lambda_1\tau} - ((\lambda_2 - a_{22})x_{10} + a_{12}x_{20})e^{\lambda_2\tau}}{\lambda_1 - \lambda_2} \\ (a_{21}x_{10} - (\lambda_2 - a_{22})x_{20})e^{\lambda_1\tau} - (a_{21}x_{10} - (\lambda_1 - a_{22})x_{20})e^{\lambda_2\tau} \end{pmatrix} \quad (23)$$

Приватне рішення x^* після алгебраїчних перетворень подається у вигляді:

$$x^* = \begin{pmatrix} \frac{\left(b_1 - \frac{1}{\lambda_1}(a_{22}b_1 - a_{12})\right)e^{\lambda_1\tau} - \left(b_1 - \frac{1}{\lambda_1}(a_{22}b_1 - a_{12}b_2)\right)e^{\lambda_2\tau} + C_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \\ -\left(b_2\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_1}(a_{22}b_2 - a_{21}b_1)\right)e^{\lambda_1\tau} + \left(b_2\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_2}(a_{22}b_{21} + a_{21}b_1)\right)e^{\lambda_2\tau} + C_2 \end{pmatrix} \quad (24)$$

де C_1 і C_2 - постійні інтегрування, які перебувають з умови встановленого режиму $\frac{d\sigma_1}{d\tau}; \frac{d\zeta}{d\tau} = 0$.

$$C_1 = \sigma_{2y} = -\frac{a_{22}b_1 - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}; \quad C_2 = \zeta_y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}.$$

Змінні стану дискретного пневмоприводу

Змінні стану ПП σ_2 і ζ є елементами вектора загального розв'язання системи неоднорідних рівнянь, які у свою чергу видаються у вигляді суми загального розв'язання однорідної системи (23) та приватного розв'язання неоднорідної системи (24).

$$\begin{aligned} \sigma_2 = y^{\lambda_2\tau} & \left[\frac{a_{11} - a_{22}(x_{10} - x_{1y}) + 2a_{12}(x_{20} - x_{2y})}{2\lambda_i} sh(\lambda_i\tau) + (x_{10} - x_{1y})ch(\lambda_i\tau) \right] + x_{1y} \\ \dot{\zeta} = e^{\lambda_2\tau} & \left[\frac{(a_{22} - a_{11})(x_{20} - x_{2y}) + 2a_{11}(x_{10} - x_{1y})}{2\lambda_i} sh(\lambda_i\tau) + \right. \\ & \left. + (x_{20} - x_{2y})ch(\lambda_i\tau) \right] + x_{2y} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\text{где } \lambda_r = \frac{a_{11} + a_{22}}{2}; \quad \lambda_i = \frac{\sqrt{|\mathcal{D}|}}{2} = \frac{\sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}}}{2}.$$

Вираз (25) справедливо для дійсних коренів ($\mathcal{D} > 0$). У разі уявного коріння ($\mathcal{D} < 0$) у виразі (25) гіперболічні синус і косинус необхідно замінити на тригонометричні синус і косинус, тобто.

Значення змінних стану x_{1y} і x_{2y} , що встановилися, можна визначити відповідно до виразу:

$$x_{1y} = x_{2y} = \frac{-a_{22}b_1 + a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}; \quad x_{2y} = \xi_y = \frac{a_{11}b_2 + a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}. \quad (26)$$

Третя змінна стану σ_1 визначається відповідно до виразу (17).

Інтеграли від отриманих виразів ξ , σ_1 та σ_2 є відповідно координатою поршня ξ

та імпульсом тиску $\bar{I}_1$ і $\bar{I}_2$ в робочій та вихлопній порожнинах:

$$\begin{aligned} \xi = \int_0^\tau \dot{\xi} d\tau = e^{\lambda_i \tau} & \left[\frac{x_{20} - x_{2y}}{\lambda_i} + \frac{(a_{11} + a_{22})(-a_{11}(x_{20} - x_{2y}) + a_{21}(x_{10} - x_{1y}))}{2\lambda_i(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \times \right. \\ & \times sh(\lambda_i \tau) - \frac{a_{21}(x_{10} - x_{1y}) - a_{11}(x_{20} - x_{2y})}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} ch(\lambda_i \tau) \Big] + \\ & + x_{2y} \tau + \frac{a_{21}(x_{10} - x_{1y}) - a_{11}(x_{20} - x_{2y})}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} + \xi_0; \end{aligned} \quad (27)$$

$$\bar{J}_1 = \int_0^\tau \sigma_1 d\tau = \frac{\sigma_{1y}}{\alpha_1} \int_0^\tau \xi d\tau - \frac{\beta_1}{\alpha_1} \tau + \bar{I}_{10} = \frac{\sigma_{1y}}{\alpha_1} \xi - \frac{\beta_1}{\alpha_1} \tau + \bar{I}_{10} = \quad (28)$$

$$= \frac{\sigma_{1y}}{\alpha_1} \xi - \frac{\beta_1}{\alpha_1} \tau + \bar{I}_{10};$$

$$\begin{aligned} \bar{J}_2 = \int_c^\tau \sigma_2 d\tau = e^{\lambda_i \tau} & \left[\left(\frac{x_{10} - x_{1y}}{\lambda_i} + \frac{(a_{11} + a_{22})(-a_{22}(x_{10} - x_{1y}) + a_{12}(x_{20} - x_{2y}))}{2\lambda_i(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})} \right) \times \right. \\ & \times sh(\lambda_i \tau) - \frac{a_{12}(x_{10} - x_{1y}) - a_{22}(x_{20} - x_{2y})}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} ch(\lambda_i \tau) \Big] + \\ & + x_{1y} \tau + \frac{a_{12}(x_{10} - x_{1y}) - a_{22}(x_{20} - x_{2y})}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} + \bar{I}_{20}, \end{aligned}$$

де ξ_0 , I_{10} и I_{20} – початкові значення шуканих змінних.

Аналогічно вирази (27, 28) у разі мнімих коренів гіперболічні функції замінюються на відповідні тригонометричні функції.

Для деяких оптимізаційних завдань і завдань управління, коли отриманий результат повинен бути абсолютно надійним, тобто реальна система повинна мати завжди дещо кращі динамічні характеристичні, ніж лінійна модель, за фіксовану координату поршня доцільно брати координату ξ_c з мінімальної пневматичної жорсткості c_n ПП, яка знаходиться з умови [7, 11]

$$\frac{dc_n}{d\xi} = 0,$$

звідки

$$\xi_c = \frac{\sqrt{\sigma_{1y}}(1 + \xi_{02}) - \sqrt{\Pi_{21}^F \sigma_{2y}} \xi_{01}}{\sqrt{\sigma_{1y}} + \sqrt{\Pi_{21}^F \sigma_{2y}}}. \quad (29)$$

Проведені розрахунки за лінійною моделлю другого порядку, які охоплювали 160 варіантів вихідних даних, переконливо свідчать про достатній рівень адекватності результатів цих розрахунків з результатами, отриманими на основі нелінійної моделі.

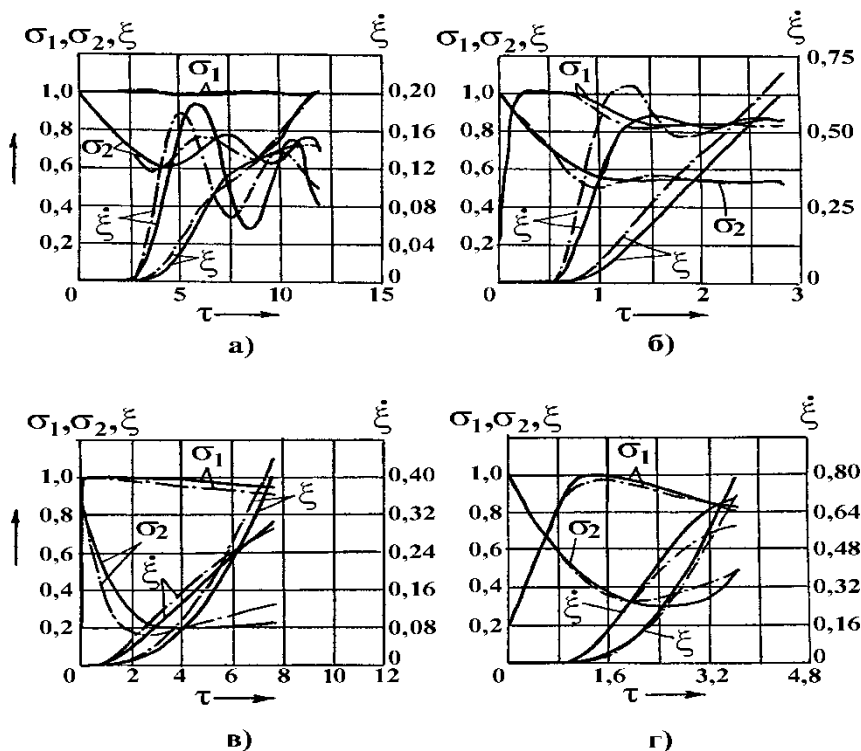


Рисунок 5 – Перехідні процеси, отримані на ЕОМ за нелінійною моделлю (—) і за лінійною моделлю (---) другого порядку:

$a - \beta = 1, \chi = 0,3, \Omega = 0,2, \xi_{01} = 0,15$; $b - \beta = 0,2, \chi = 0,3, \Omega = 1, \xi_{01} = 0,15$; $v - \beta = 5, \chi = 0,3, \Omega = 1, \xi_{01} = 0,15$; $г - \beta = 1, \chi = 0,3, \Omega = 1, \xi_{01} = 1$

На рис. 5 а, б, в, г показані нелінійні рішення (суцільні лінії) і лінійні рішення (пунктирні лінії) для системи другого порядку. Область використання лінійної моделі другого порядку дещо вужче, ніж для моделі третього порядку. Якщо для моделі третього порядку не спостерігалось жодних істотних відхилень результатів розрахунку від нелінійної моделі у всьому зазначеному вище діапазоні безрозмірних параметрів, то для лінійної моделі другого порядку при великих значеннях $\xi_{01}=1$, $\beta=0,2$, $\chi=0,3$; $\Omega=5$ помилка у транспортному часі спрацьовування становила 3 %, а значення швидкості виявилось менше 11 % проти нелінійних рішень.

Висновки

Показано, що заміна нелінійних залежностей першими членами їх розкладання в ряд Тейлора (метод дотичної), яка практикується для слідкувальних гідропневмоприводів, стосовно дискретних приводів призводить до великих похибок. Запропонована лінепризація методів січих за умови вибору оптимальної форми сіючої дозволила значно підвищити розрахункову точність лінійної математичної моделі. і отримати в аналітичній формі перемінні стани пневмопривода.

Проведені розрахунки за лінійною моделлю другого порядку переконливо свідчать про те, що вона цілком адекватна за розрахунковою точністю нелінійної математичної моделі у всьому діапазоні найімовірніших параметрів χ , Ω , β і ξ_{01} розрахункова точність математичної моделі другого порядку цілком достатня для практичного використання.

Література

1. Крутіков Г.А. Системи гідроприводів [навчальний посібник] / Г.А. Крутіков, М.Г. Стрижак – Харків, НТУ "ХПІ", 2015.–220 с.
2. Крутіков Г.А. Розрахунок перехідних процесів у дискретних гідропневмоприводах на основі їх лінійних моделей / Г.А. Крутіков, А.Н. Онищенко.- Навчально-методичний посібник. –Харків, НТУ «ХПІ», 2005. – 51 с.
3. Крутіков Г.А. Розширення області ефективного застосування пневмопривода. /Крутіков Г.А., Стрижак В.В. // Промислова Гидравлика і Пневматика №2(62). –2018 . С. 37–47.
4. Krutikov G, The synthesis of structure and parameters of energy efficient pneumatic actuator/G. K rutikov,M. Strizhak, V.Strizhak // Eastern- European Journal of Enterprise ech-nologies./ Vol 1, №7 (85) (2017) Applied mechanics. – P. 38–44.
5. Krutikov G, Improving power efficiency of pneumatic logistic com-plex actuator thro- ugh selection of a rational scheme o their control / G. K rutikov,M. Strizhak, V.Strizhak// Eastern- European Journal of Enterprise Technologies./ Vol 1, №2/8 (92) (2018) Applied mechanics. – P. 43–49.

6. Krutikov G.A., Strizhak Saving compressed air by choosing an efficient pneumatic control circuit / G.A Krutikov, M. G. Strizhak // Вісник Національного технічного університету «ХПІ» Серія : Автомобіле-тракторобудування.: №1, 2024. С. 10–34.
7. Moore P. R. Compensation in pneumatically Actuated servomechanisms / P. R. Moore, P. H. Westone, T. W. Thather // Transactions Institution of Measurement and Control. – 1989. – № 7. – P. 47–63.
8. Frank S. Servo-pneumatic drives for weld guns.// 5th International fluid conference. –Aachen, Germany, 2006, T.7, Vol..5. – P. 171–182.
9. Khalid A. Al-Dakkan Eric J. Barth Michael Goldfarb. Dynamic Constraint-Based Energy-Saving Control of Pneumatic Servo Systems. //Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control SEPTEMBER 2006, Vol. 128 / 655 Copyright © 2006 by ASME.
10. Люта А.В., Чекулаев С.Ф. (2020) Гідропневмопривод та пристрої автоматики Навчальний посібник – Кроматорськ, НДМА, 172 с.
11. Пневматичні приводи машин будівельно-дорожньої інфраструктури: підручник / Пелевін Пелевін Л.Є., Горбатюк Є.В., Русан І.В., Терентьєв О.О., Свідерський А. Л.Є., Горбатюк Є.В., Русан І.В., Терентьєв О.О., Свідерський А.Т. Київ: ФОП Ямчинський О.В., 2020. 212 с.
12. D.H. Tsai , C.E. Cassidy, “Dynamic behavior of a simple pneumatic reducer”, Journal Basic Engineering, 1961, Vol. 83(2), pp. 252–264.

Bibliography (transliterated)

1. Krutikov G.A. Sistemi gidroprivodiv [navchalniy posibnik] / G.A. Krutikov, M.G. Strizhak – Harkiv, NTU "HPI", 2015.–220 p.
2. Krutikov G.A. Rozrahunok perehdsnih protsessiv u diskretnih gsdropnevio-privodah na osnovi Yih lnsynih modeley / G.A.Krutikov, A.N.Onischenko.– Navchalno-metodichniy possbnik. –Harksv, NTU «HPI», 2005. – 51 p.
3. Krutskov G.A. Rozshirenniya oblasts effektivnogo zastosuvannya pnevmoprivoda. /Krutskov G.A., Strizhak, V.V. // Promislova Gidravlika i Pnevmatika #2(62). –2018. P. 37–47.
4. Krutikov G, The synthesis of structure and parameters of energy efficient pneumatic actuator/G. K rutikov,M. Strizhak, V.Strizhak // Eastern- European Journal of Enterprise ech-nologies./ Vol 1, #7 (85) (2017) Applied mechanics. – P. 38–44.
5. Krutikov G, Improving power efficiency of pneumatic logistic com-plex actuator thro- ough selection of a rational scheme o their control / G. K rutikov,M. Strizhak, V.Strizhak// Eastern- European Journal of Enterprise Technologies./ Vol 1, #2/8 (92) (2018) Applied me-chanics. – P. 43–49.
6. Krutikov G.A. Strizhak Saving compressed air by choosing an efficient pneumatic control circuit / G.A Krutikov, M. G. Strizhak //Visnik NatsIonalnogo tehnIchnogo unIversitetu «HPI» SerIya : Avtomobile-traktorobuduvannya.:#1, 2024. P. 10–34.
7. Moore P.R. Compensation in pneumatically Actuated servomechanisms / P.R. Moore, P. H. Westone, T. W. Thather // Transactions Institution of Measurement and Control. – 1989. – # 7. – P. 47–63.

8. Frank S. Servo-pneumatic drives for weld guns.// 5th International fluid conference. –Aachen, Germany, 2006, T.7, Vol.5. – P. 171–182.
9. Khalid A. Al-Dakkan Eric J. Barth Michael Goldfarb. Dynamic Constraint-Based Energy-Saving Control of Pneumatic Servo Systems. //Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control SEPTEMBER 2006, Vol. 128 / 655 Copyright © 2006 by ASME.
10. Lyuta A.V.,Chekulaev S.F.(2020) *Gidropnevmoprivod ta pristroyi avtomatiki Navchalniy posibnik* – Kromatorsk, NDMA, 172 p.
11. *Pnevmatichni privodi mashin budivelno-dorozhnoyi infrastrukturi: pidruchnik* / Pelevin L.E., Gorbatyuk E.V., Rusan I.V., Terentev O.O., Sviderskiy A. L.E., Gorbatyuk E.V., Rusan I.V., Terentev O.O., Sviderskiy A.T. Kiyiv: FOP Yamchinskiy O.V., 2020. 212 p.
12. D.H. Tsai , C.E. Cassidy, “Dynamic behavior of a simple pneumatic reducer”, Journal Basic Engineering, 1961, Vol. 83(2), pp. 252–264.

УДК 621.05

Г. А. Крутіков, Д. Ю. Бородин

ВИЗНАЧЕННЯ ЗМІННИХ СТАНУ ДИСКРЕТНОГО ПНЕВМОПРИВОДУ ШЛЯХОМ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ СІЧНИХ ПРИ ЛІНЕАРИЗАЦІЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ.

Пневмопривід як термодинамічна система описується з урахуванням принципів «термодинамики тіла змінної маси». При описі термодинамічних і газодинамічних процесів у пневмоприводах склалися дві наукові школи: дослідники першої школи представляють процеси в порожнинах приводу як політропічні процеси зі змінним показником політопи, а другі- розглядають процеси спираючись на рівняння енергетичного (теплого) балансу газу у незамкнених порожнинах. Авторами досліджується нелінійна математична модель, отримана на уявленнях другої школи. У цілях скорочення числа незалежних параметрів, визначальних характер перехідного процесу у приводі, здійснено перехід до безрозмірної форми рівнянь, проведений з урахуванням принципу мінімізації безрозмірних комплексів (критеріїв динамічного подоби), визначальних характер перехідного процесу. Завдання лінеаризації нелінійної моделі ставилося з метою отримання на основі лінійної моделі аналітичних виразів для всіх змінних станів, які дозволять уникнути при розрахунках чисельних крокових методів інтегрування вихідної нелінійної моделі. Показано, що заміна нелінійних залежностей першими членами їх розкладання до ряду Тейлора (метод дотичної), яка практикується для слідкувальних гідропневмоприводів по відношенню до дискретних приводів призводить до великих похибок. Запропонована лінеаризація методом січних з вибором оптимальної форми січної дозволила значно підвищити розрахункову точність лінійної математичної моделі. та отримати в аналітичній формі змінні стани пневмоприводу.Проведені розрахунки за лінійною моделлю другого порядку переконливо свідчать, що вона цілком адекватна розрахункової точності нелінійної

математичної моделі. У всьому діапазоні найімовірніших параметрів розрахункова точність математичної моделі другого порядку є цілком достатньою для практичного використання. Таким чином, виключається необхідність залучення крокових чисельних методів інтегрування рівнянь нелінійної моделі та організації обчислювального процесу на ЕОМ.

Ключові слова: математична модель, лінеаризація, критерії динамічної подоби пневмоприводу, метод січних, змінні стану дискретного пневмоприводу.

G. Krutikov, D. Borodin

DETERMINING THE STATE VARIABLES OF A DISCRETE PNEUMATIC DRIVE BY USING THE SECANT METHOD WHEN LINEARIZING A MATHEMATICAL MODEL

The pneumatic drive as a thermodynamic system is described based on the principles of "thermodynamics of a body of variable mass". In describing thermodynamic and gas-dynamic processes in pneumatic drives, two scientific schools have developed: researchers of the first school represent processes in the cavities of the drive as polytropic processes with a variable polytropic index, and the second consider processes based on the equation of energy (heat) balance of the gas-pneumatic drive in an open space. The authors investigate a nonlinear mathematical model obtained on the concepts of the second school. In the cycles of reducing the number of independent parameters that determine the nature of the transient process in the drive, a transition to a dimensionless form of equations is carried out based on the principle of minimizing dimensionless complexes (dynamic similarity criteria) that determine the nature of the transient process. The task of linearization of the nonlinear model was set with the purpose of obtaining analytical expressions for all state variables based on the linear model, which will allow avoiding the numerical step methods of integration of the original nonlinear model in calculations. It is shown that the replacement of nonlinear dependencies by the first terms of their expansion in a Taylor series (the tangent method), which is practiced for servo hydraulic pneumatic drives, leads to large errors in relation to discrete drives. The proposed linearization by the secant method with the choice of the optimal form of the sowing allowed to significantly increase the calculated accuracy of the linear mathematical model. and obtain the state variables of the pneumatic drive in analytical form.

The calculations performed using the second-order linear model convincingly indicate that it is quite adequate to the calculated accuracy of the nonlinear mathematical model. In the entire range of the most probable parameters, the calculated accuracy of the second-order mathematical model is quite sufficient for practical use. Thus, the need to use step-by-step numerical methods for integrating the equations of a nonlinear model and organizing the computational process on a computer is eliminated.

Keywords: mathematical model, linearization, criteria for the dynamic similarity of a pneumatic actuator, secant method, state variables of a discrete pneumatic actuator.