

Лубков М.В., доктор фіз.-мат. наук, професор, Мосійчук К.О., аспірантка

## **МЕТОД ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У СЛАБОПРОНИКНИХ АНІЗОТРОПНИХ ПЛАСТАХ З МЕТОЮ ЗБІЛЬШЕННЯ НАФТОВІДДАЧІ**

*Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»,  
м. Полтава*

**Ключові слова:** моделювання, слабопроникні анізотропні пласти (САП), нафтовіддача пластів, нагнітальні свердловини, комбінований метод, метод кінцевих різниць, метод кінцевих елементів.

Задача підвищення коефіцієнта вилучення нафти продовжує залишатися актуальною і дедалі активніше постає в той час, коли все більше родовищ України перебувають у пізній стадії розробки. Для вирішення цієї проблеми традиційно використовуються технології збільшення нафтовіддачі пласта [1–5], які доповнюються новими матеріалами та інноваційними поєднаннями відомих раніше методів. Спільною рисою згаданих технологій є те, що зрештою всі вони спрямовані на зміну фільтраційних параметрів пласта як наприклад проникність, пористість, в'язкість з тим щоб отримати таку їх комбінацію, яка б дозволила збільшити ефективність витіснення залишкової нафти. Однак для ефективного використання цих технологій критичним є наявність якомога повнішої картини фільтрації нафтової фази поблизу видобувної та нагнітальної свердловин в САП. Актуальним питанням є: чи всі параметри впливають однаковою мірою на інтенсивність фільтрації? Чи є ряд факторів, що мають пріоритет у роботі пласта в таких умовах і на яких, відповідно, і має бути зосереджена увага інженера? На думку авторів кожен окремий набір вихідних умов необхідно розглядати окремо і за допомогою всебічного аналізу засобами чисельного моделювання виявляти параметри з максимальним рівнем впливу на нафтовіддачу.

Загалом, методи чисельного моделювання дозволяють розв'язувати різні задачі прикладного характеру [6–8]: збільшення нафтовіддачі за різних впливів на пласт поблизу видобувної свердловини; спільний вибір системи розробки нафтоносного пласта; підтримання раціональних обсягів видобутку свердловини; виявлення залишкових запасів і застійних зон у контурі живлення свердловини; поступовий аналіз і послаблення ступеня ризиків розроблення та забезпечення стратегії експлуатації системи діючих нафтовидобувних свердловин.

Нафтогазова галузь є найбільш активним користувачем методів чисельного моделювання. Тому причина очевидна: неможливість ставити експеримент безпосередньо над пластом. З чисельною моделлю пласта така проблема відсутня. За її поведінкою ми можемо судити про роботу реального покладу. Чисельна модель пласта в свою чергу є комп'ютерною програмою, яка використовує чисельні методи для розв'язання математичної моделі пласта (система нелінійних часткових диференціальних рівнянь – НЧДР). Розв'язок такої моделі обов'язково вимагає дискретизації розрахункової області. Цей процес конвертує НЧДР у алгебраїчні рівняння, котрі мають результати у дискретних точках простору та в дискретні моменти часу. Існує декілька методів реалізації дискретизації. Найбільш широкого використання у нафтогазовій галузі знайшов метод кінцевих різниць. У ньому НЧДР записується для заданої точки простору у заданий

момент часу. Обраний момент часу (попередній, поточний, проміжний) веде до явної, неявної чи постановки Кренка-Ніколсона [3]. В результаті диференційні рівняння перетворюються на алгебраїчні. Після лінеаризації, отримується розв'язок, який представляє собою розподіл величин тиску та насичення по пласту, а також дебіт свердловини.

Проте лишається чимало проблем, присвячених точності та достовірності моделювання складних слабопроникних анізотропних нафтоносних пластів. Запропонований у даній роботі скінченно-елементно-різницевий метод, який дає змогу поєднувати переваги скінченно-елементного методу та методу скінченних різниць, для розв'язання нестационарної задачі п'єзопровідності з огляду на неоднорідний розподіл різних фільтраційних параметрів усередині деформованого пласта та на його межах дає змогу адекватно обчислити розподіл пластового тиску в реальних умовах експлуатації свердловин, що дає ряд переваг порівнюючи з існуючими методами.

Метод передбачає двовимірну ізотропну нестационарну модель п'єзопровідності [6, 9, 10]. В даному випадку загальна постановка задачі п'єзопровідності з урахуванням умови проникності на границі області в декартовій системі координат  $(x, y)$ , що зв'язана з границями досліджуваної області, має вид [10]:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{c} (k_{xx} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + k_{yy} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + 2k_{xy} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial y}) + \gamma, \quad (1)$$

$$P(t = 0) = P_0, \quad (2)$$

$$k_b \text{grad} P = \alpha (P - P_b). \quad (3)$$

де (1) – нестационарне анізотропне рівняння п'єзопровідності; (2) – фіксований тиск для кожної точки; (3) – умова інфільтрації флюїду на границях розглянутої області, при розрахунку фільтрації нафти. Тиск  $p$  заданий як функція декартових координат і часу.  $c = \eta(m\beta_1 + \beta_2)$  – коефіцієнт п'єзоопору;  $k_{xx}$ ,  $k_{yy}$ ,  $k_{xy}$  – анізотропні коефіцієнти проникності нафтової фази;  $\eta$  – динамічна в'язкість нафти;  $m$  – пористість нафтоносного пласта;  $\beta_1$  – коефіцієнт стискання нафти;  $\beta_2$  – коефіцієнт стискання скелету порід нафтоносного пласта;  $\gamma$  – параметр інтенсивності видобутку нафти в свердловині;  $P_0$  – початковий тиск у пласті;  $\alpha$  – коефіцієнт інфільтрації нафтової фази на межах розглянутої області;  $P_b$  – тиск на границях розглянутої області;  $k_b$  – коефіцієнт проникності нафтової фази на межах розглянутої області.

Для розв'язку нестационарної задачі п'єзопровідності (1)–(3) застосовується варіаційний скінченно-елементний метод, який дає розв'язок варіаційного рівняння за допомогою функціоналу п'єзопровідності (за варіаційним принципом Лагранжа [8–10]):

$$\delta I(P) = 0. \quad (4)$$

Спочатку задача формулюється у варіаційній постановці. Функціонал  $I(P)$  – функціонал анізотропної задачі п'єзопровідності (1)–(3), який представляється у вигляді:

$$I(P) = \frac{1}{2} \iint_S \{k_{xx} \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2 + k_{yy} \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)^2 + 2k_{xy} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial y} + 2 \int_{P_0}^P c \frac{\partial P}{\partial t} dP - 2\gamma P\} dx dy - \frac{1}{2} \int_L \alpha (P - 2P_b) P dl, \quad (5)$$

де  $S$  – площа перерізу області, яка досліджується,  $L$  – контур, що охоплює площу  $S$ ,  $dl$  – елемент контуру.

При розв'язанні варіаційного рівняння (4) застосовується восьмивузловий ізопараметричний чотирикутний скінчений елемент [6]. Як глобальна система координат, де відбувається об'єднання усіх скінчених елементів, на які розбито площу  $S$ , використовується декартова система  $(x, y)$ . В якості локальної системи координат, де в межах скінченого елемента визначаються функції апроксимації  $\varphi_i$  на основі квадратичних поліномів і проводиться чисельне інтегрування, використовується нормалізована система координат  $(\xi, \eta)$  [6]. В цій системі, координати, тиск, початковий тиск пласта, тиск на границях області, коефіцієнт інфільтрації нафти на межах області, а також похідні від тиску по координатам апроксимуються наступним чином:

$$x = \sum_{i=1}^8 x_i \varphi_i; y = \sum_{i=1}^8 y_i \varphi_i; P = \sum_{i=1}^8 P_i \varphi_i; P_0 = \sum_{i=1}^8 P_{0i} \varphi_i; P_b = \sum_{i=1}^8 P_{bi} \varphi_i; \alpha = \sum_{i=1}^8 \alpha_i \varphi_i; \frac{\partial P}{\partial x} = \sum_{i=1}^8 P_i \Psi_i, \frac{\partial P}{\partial y} = \sum_{i=1}^8 P_i \Phi_i, \Psi_i = \frac{1}{|J|} \left( \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \right), \Phi_i = \frac{1}{|J|} \left( \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} \right), \quad (6)$$

де  $J = \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi}$  – якобіан переходу між системами  $(x, y)$  і  $(\xi, \eta)$ .

Виходячи з варіаційного рівняння (4) і вважаючи, що вузлові значення від похідних тиску за часом  $\frac{dP_i}{dt}$  – є відомими величинами і не варіюються складемо систему диференціальних рівнянь для  $n$ -го вузла  $p$ -го скінченого елемента у виді:

$$\frac{\partial I_p}{\partial P_n} = \sum_{i=1}^8 \{H_{ni}^p \frac{dP_i}{dt} + (A_{ni}^p + Q_{ni}^p) P_i - Q_{ni}^p P_0\} - \gamma_n^p = 0, \quad (7)$$

$$H_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 c^p \varphi_i \varphi_j |J| d\xi d\eta, A_{ij}^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (k_{xx}^p \Psi_i \Psi_j + k_{yy}^p \Phi_i \Phi_j + k_{xy}^p \Psi_i \Phi_j) |J| d\xi d\eta,$$

$$Q_{ij}^p = \int_L \alpha \varphi_i \varphi_j dl, \gamma_i^p = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \gamma^p \varphi_i |J| d\xi d\eta.$$

Для розв'язання системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку (7) при початкових умовах з (6) використовується метод скінчених різниць, в якому апроксимація похідної за часом здійснюється на основі неявної різницевої схеми:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t}. \quad (8)$$

Підставляючи вираз (8) в систему (7), отримуємо наступну систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\sum_{i=1}^8 \left\{ \left( \frac{1}{\Delta t} H_{ni}^p + A_{ni}^p + Q_{ni}^p \right) P_i(t + \Delta t) - \frac{1}{\Delta t} H_{ni}^p P_i(t) - Q_{ni}^p P_0^i \right\} - \gamma_n^p = 0 \quad n = 1, 2, \dots, 8. \quad (9)$$

Після інтегрування по кожному скінченному елементу отримується глобальна система лінійних алгебраїчних рівнянь, що дозволяє визначати невідомі значення тиску в момент часу  $t + \Delta t$  через їх значення в попередній момент часу  $t$ . Розв'язок глобальної системи рівнянь здійснюється на основі чисельного методу Гауса без вибору головного елемента [10], в результаті якого визначається тиск в усіх вузлових точках скінчено-елементної сітки досліджуваної області в заданий момент часу.

Розглянемо анізотропний нафтоносний пласт в якому діє система нафтовидобувних та нагнітальних свердловин розміром  $900 \times 900 \text{ м}^2$ . Оберемо характерні середні параметри слабопроникного нафтоносного пласта [2, 6]:  $k_{xx} = k_{yy} = k_{xy} = 1 \text{ Д (Дарсі)} = 10^{-14} \text{ м}^2$ ;  $m = 0,2$ ;  $\eta = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ ;  $\beta_1 = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$ ;  $\beta_2 = 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ . В цьому випадку коефіцієнт п'єзоопору  $c = 0,3 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ . При моделюванні розподілу тисків у розглянутій пластовій ділянці припустимо, що початковий тиск у пласті дорівнює 200 атм, що середній дебіт свердловини складає  $135 \text{ м}^3$  нафти на добу. Припустимо, що нагнітальна свердловина буде закачувати в пласт таку ж саму кількість розчину із подібними до нафти фізичними властивостями за добу. Для мінімізації крайових ефектів при моделюванні, на межах розглянутої ділянки виберемо достатній для промислового видобутку коефіцієнт інфільтрації нафти рівний  $\alpha = 10^{-7} \text{ м}$ . Результати моделювання показують, що процес встановлення тиску у межах розглянутої ділянки відбувається приблизно за 5 діб після початку дії системи свердловин. На рис. 1а – показано розподілення тиску поблизу 27 рівномірно розташованих видобувних свердловин при заданих вище параметрах фільтрації та дебіт свердловини у абсолютно ізотропному пласті ( $k_{xy} = 0$ ). На рис. 1б – показано розподілення тиску з попередніми параметрами видобутку в ізотропно-зсувному пласті ( $k_{xx} = k_{yy} = k_{xy}$ ). На рис. 1в,г – показано розподілення тиску при попередніх умовах у критично слабопроникному пласті ( $k = 0,5 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$ ).

На рис. 2 а,б – позначено розподілення тиску при попередніх умовах в САП. На рис. 2 в,г – позначено розподілення тиску при попередніх умовах в слабопроникних зсувно-анізотропних пластах.

На рис. 3 а,б – позначено розподілення тиску при попередніх умовах в критично САП ( $k = 0,8 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$ ). На рис. 3 в,г – позначено розподілення тиску при попередніх умовах в критично слабопроникних зсувно-анізотропних пластах.

На рис. 4 а,б – позначено розподілення тиску поблизу 27 рівномірно розташованих видобувних свердловин та 6 симетрично розташованих нагнітальних свердловин в критично слабопроникних ( $k = 0,5 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$ ) ізотропних та зсувно-ізотропних пластах. На рис. 4 в,г – позначено розподілення тиску при представлених вище умовах у зсувно-анізотропних пластах.

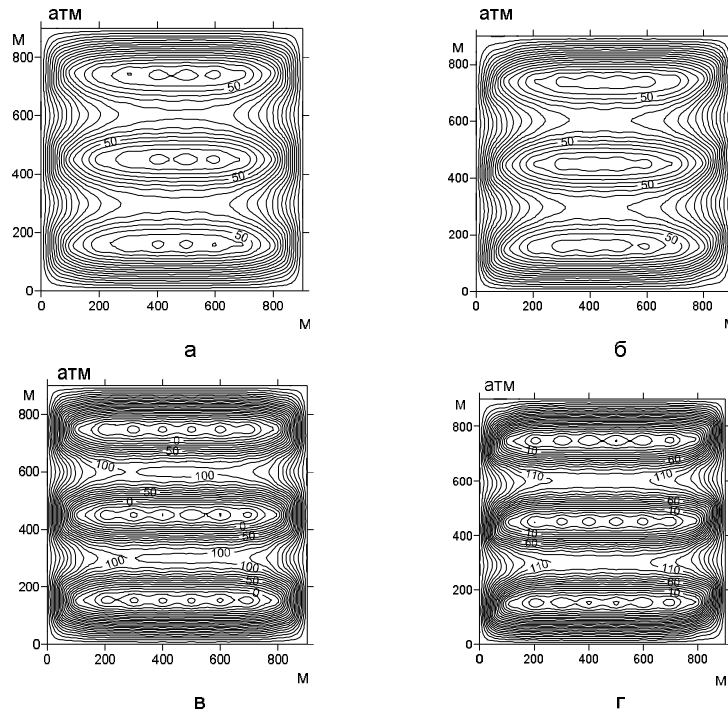


Рисунок 1 (а–г) – Ізолінія тиску поблизу 27 рівномірно розташованих видобувних свердловин ( $k = 10^{-14} \text{ м}^2$ ): а)  $k_{xy} = 0$ ; б)  $k_{xx} = k_{yy} = k_{xy}$ ; у критично проникних ( $k = 0,5 \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$ ) в)  $k_{xy} = 0$ ; г)  $k_{xx} = k_{yy} = k_{xy}$

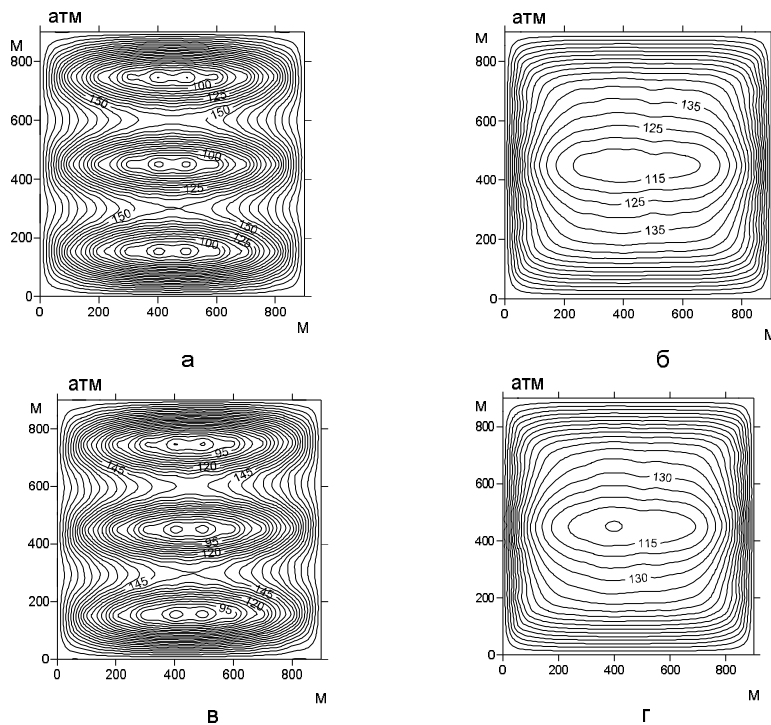


Рисунок 2 (а–г) – Ізолінія тиску поблизу 27 рівномірно розташованих видобувних свердловин у САІП: а)  $k_{xx} = 10^{-13}$ ,  $k_{yy} = 10^{-14}$ ,  $k_{xy} = 0 \text{ м}^2$ ; б)  $k_{xx} = 10^{-14}$ ,  $k_{yy} = 10^{-13}$ ,  $k_{xy} = 0 \text{ м}^2$ ; в)  $k_{xx} = 10^{-13}$ ,  $k_{yy} = 10^{-14}$ ,  $k_{xy} = 10^{-14} \text{ м}^2$ ; г)  $k_{xx} = 10^{-14}$ ,  $k_{yy} = 10^{-13}$ ,  $k_{xy} = 10^{-14} \text{ м}^2$

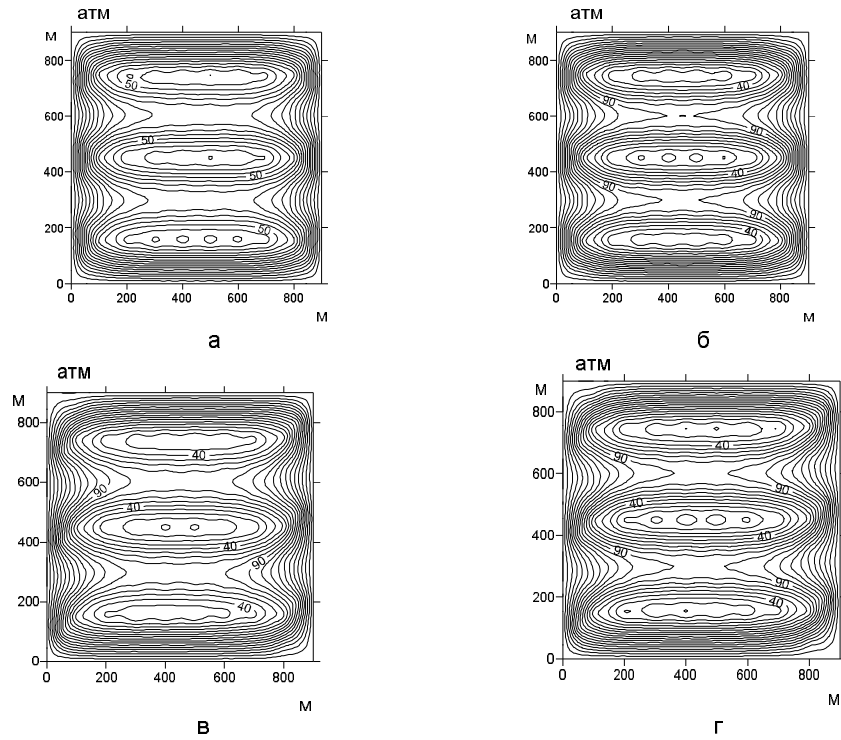


Рисунок 3 (а–г) – Ізолінія тиску поблизу 27 рівномірно розташованих видобувних свердловин у критично проникних анізотропних пластах: а)  $k_{xx}=0,8 \cdot 10^{-14}$ ,  $k_{yy}=10^{-14}$ ,  $k_{xy}=0$  м<sup>2</sup>; б)  $k_{xx}=10^{-14}$ ,  $k_{yy}=0,8 \cdot 10^{-14}$ ,  $k_{xy}=0$  м<sup>2</sup>; в)  $k_{xx}=0,8 \cdot 10^{-14}$ ,  $k_{yy}=10^{-14}$ ,  $k_{xy}=10^{-14}$  м<sup>2</sup>; г)  $k_{xx}=10^{-14}$ ,  $k_{yy}=0,8 \cdot 10^{-14}$ ,  $k_{xy}=10^{-14}$  м<sup>2</sup>

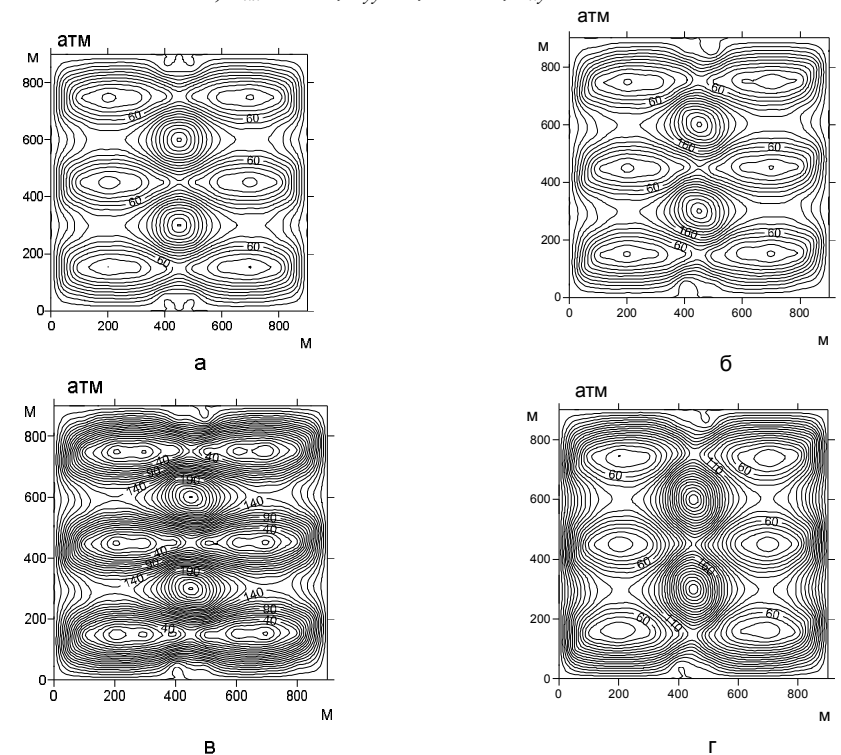


Рисунок 4 (а–г) – Ізолінія тиску поблизу 27 рівномірно розташованих видобувних та 6 симетрично розташованих нагнітальних у критично проникних ізотропних пластах ( $k=0,5 \cdot 10^{-14}$  м<sup>2</sup>): а)  $k_{xy}=0$ ; б)  $k_{xx}=k_{yy}=k_{xy}$ ; у критично проникних анізотропних пластах; в)  $k_{xx}=10^{-14}$ ,  $k_{yy}=0,5 \cdot 10^{-14}$ ,  $k_{xy}=0,5 \cdot 10^{-14}$  м<sup>2</sup>; г)  $k_{xx}=0,5 \cdot 10^{-14}$ ,  $k_{yy}=10^{-14}$ ,  $k_{xy}=0,5 \cdot 10^{-14}$  м<sup>2</sup>

**Аналіз результатів.** Аналіз рис. 1 а,б показує, що невелике підвищення розподілу тиску у цьому випадку пов'язано з додаванням фільтрації у зсувному напрямку. Аналіз рис. 1 в,г – у критично проникних пластах підвищення розподілу тиску в зсувно-ізотропному випадку має вже більш виражений характер. Аналіз рис. 2а,б – можна виявити вплив анізотропії на фільтраційний процес у слабопроникних пластах. Ми спостерігаємо не тільки кількісну, але і якісну зміну фільтраційних потоків навколо видобувних свердловин. Збільшення проникності у поперечному напрямку, щодо лінії розташування видобувних свердловин (рис. 2б) призводить до збільшення притоку нафти й відповідно до інтенсифікації фільтраційного процесу. Розгляд рис. 2в,г – у випадку наявності зсувної проникності, ми спостерігаємо деяке послаблення фільтраційного процесу, що може бути викликано блокуванням фільтрації вздовж головних осей анізотропії з боку зсувної фільтрації. Аналіз рис. 3а,б – виявляє вплив анізотропії на фільтраційні процеси у критично проникних пластах: зменшення проникності у поперечному напрямку щодо розташування свердловин (рис. 3б) призводить до помітного послаблення фільтраційного процесу. Наявність зсувної фільтрації (рис. 3 в, г), завдяки блокуванню головних напрямків анізотропії приводить до подальшого послаблення фільтраційного процесу. На рис. 4 бачимо підтримання процесу фільтрації у критично проникних пластах за допомогою нагнітальних свердловин. Рис. 4 а, б показують однакові результати фільтраційного процесу в обох випадках. Таким чином нагнітальна дія дещо знижує вплив зсувної проникності на загальний процес фільтрації і у той же час не зменшує впливу анізотропії фільтраційного процесу, збільшення проникності у поперечному напрямку щодо розташування видобувних свердловин призводить до помітної активізації фільтраційного процесу (рис. 4 в,г).

Отже, в залежності від ступеню проникності пласта, вплив зсувної проникності виконує протилежні функції. Так у критично проникних пластах він надає додатковий напрямок проникності й тим самим активізує загальний фільтраційний процес. В той же час він блокує напрямки фільтрації вздовж головних осей анізотропії й тим самим послаблює загальний фільтраційний процес у більш проникних пластах. Збільшення проникності в напрямку поперечному до лінії розташування видобувних свердловин завжди призводить до активізації загального фільтраційного процесу.

Очевидно для оптимального розміщення системи видобувних та нагнітальних свердловин у анізотропному слабопроникному нафтоносному пласті доцільно використовувати описаний у цьому дослідженні метод. Таким чином, для ефективного використання анізотропних слабопроникних пластів необхідно впорядковано та системно розміщувати видобувні та нагнітальні свердловини, по можливості уникати місць із зсувною проникністю пласта. Очевидно найкращі умови збільшення нафтовіддачі у відповідних практичних випадках досягаються завдяки оптимальному підбору усіх впливових факторів анізотропної фільтрації. З іншого боку ці фактори можуть бути оцінені за допомогою математичного моделювання на основі представленого методу.

**Висновки.** У дослідженні представлено чисельний метод розв'язання математичної моделі неоднорідного нафтоносного пласта на основі скінченно-елементного та методу кінцевих різниць. Для перевірки адекватності отриманих результатів було розв'язано нестационарну анізотропну задачу п'єзопровідності у деформованих пластах.

Результати моделювання показують, що в залежності від ступеню проникності пласта, вплив зсувної проникності виконує протилежні функції. Так у критично проникних пластах він активізує загальний фільтраційний процес. В той же час вздовж голо-

вних осей анізотропії він послаблює загальний фільтраційний процес у більш проникних пластах.

Таким чином, розміщувати нагнітальні свердловини у слабопроникних пластах бажано в напрямку перпендикулярному щодо лінії розташування видобувних свердловин.

#### Література

1. Abou-Kassem J.H., Farouq-Ali S.M., & Islam M.R. (2013). Petroleum Reservoir Simulations. Elsevier, 1(2), 45–67.
2. Ohen H.A., & Civan F. (1993). Simulation of formation damage in petroleum reservoirs. SPE Advanced Technology Series, 1(01), 27–35.
3. Douglas J., Furtado F., & Pereira F. (1997). On the numerical simulation of waterflooding of heterogeneous petroleum reservoirs. Computational Geosciences, 1(2), 155–190.
4. Higham, D. J. (2001). An algorithmic introduction to numerical simulation of stochastic differential equations. SIAM review, 43(3), 525–546.
5. Wu Y.S., & Pruess K. (1988). A multiple-porosity method for simulation of naturally fractured petroleum reservoirs. SPE Reservoir Engineering, 3(01), 327–336.
6. Азіз Х., Сеттарі Е. Математичне моделювання пластових систем. М.: Ін-т комп'ют. дослідж., 2004. 416 с.
7. Chen Z., Huan G., Ma Y. Computational methods for multiphase flows in porous media. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006. 521p.
8. Ertekin T., Abou-Kassem J.H., King G. =R. Basic applied reservoir simulation. Texas: Richardson, 2001. 421 p.
9. Trangenstein J.A., & Bell J.B. (1989). Mathematical structure of the black-oil model for petroleum reservoir simulation. SIAM Journal on Applied Mathematics, 49(3), 749–783.
10. Лубков М.В. Моделювання продуктивного тиску в неоднорідних нафтоносних пластах / М.В. Лубков, О.О. Захарчук, В.І. Дмитренко, О.В. Петраш // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Хімія, хімічні технології та екологія".– Харків: НТУ "ХПІ", 2021.– № 2 (6). С. 23–29. doi: 10.20998/2079-0821.2021.02.10.
11. Russell T.F., & Wheeler M.F. (1983). Finite element and finite difference methods for continuous flows in porous media. In The mathematics of reservoir simulation (pp. 35–106). Society for Industrial and Applied Mathematics.
12. Qi M., Li M., Moghanloo R.G., & Guo, T. (2021). A novel simulation approach for particulate flows during filtration. AIChE Journal, 67(4), e17136. DOI:10.1002/aic.17136.

#### Bibliography (transliterated)

1. Abou-Kassem J.H., Farouq-Ali S.M., & Islam M.R. (2013). Petroleum Reservoir Simulations. Elsevier, 1(2), 45–67.
2. Ohen H.A., & Civan F. (1993). Simulation of formation damage in petroleum reservoirs. SPE Advanced Technology Series, 1(01), 27–35.
3. Douglas J., Furtado F., & Pereira F. (1997). On the numerical simulation of waterflooding of heterogeneous petroleum reservoirs. Computational Geosciences, 1(2), 155–190.



4. Higham, D. J. (2001). An algorithmic introduction to numerical simulation of stochastic differential equations. *SIAM review*, 43(3), 525–546.
5. Wu Y.S., & Pruess K. (1988). A multiple-porosity method for simulation of naturally fractured petroleum reservoirs. *SPE Reservoir Engineering*, 3(01), 327–336.
6. Azyz Kh., Settary E. *Matematycheskoe modelyrovanye plastovykh system*. M.: Ynt kompiut. yssled., 2004. 416 p.
7. Chen Z., Huan G., Ma Y. *Computational methods for multiphase flows in porous media*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006. 521 p.
8. Ertekin T., Abou-Kassem J. H., King G. R. *Basic applied reservoir simulation*. Texas: Richardson, 2001. 421 p.
9. Trangenstein J.A., & Bell J.B. (1989). Mathematical structure of the black-oil model for petroleum reservoir simulation. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 49(3), 749–783.
10. Lubkov M.V. Modeliuvannia produktyvnoho tysku v neodnorodnykh naftonosnykh plastakh / M.V. Lubkov, O.O. Zakharchuk, V.I. Dmytrenko, O.V. Petrash // *Visnyk NTU «KhPI»*. Seriya: Khimiia, khimichni tekhnolohii ta ekolohiia.– Kharkiv : NTU "KhPI", 2021. – № 2 (6). P. 23–29. doi: 10.20998/2079-0821.2021.02.10.
11. Russell T.F., & Wheeler M.F. (1983). Finite element and finite difference methods for continuous flows in porous media. In *The mathematics of reservoir simulation* (pp. 35–106). Society for Industrial and Applied Mathematics.
12. Qi M., Li M., Moghanloo R.G., & Guo T. (2021). A novel simulation approach for particulate flows during filtration. *AIChE Journal*, 67(4), e17136. DOI:10.1002/aic.17136.

УДК 553.982.2

Лубков М.В., доктор фіз.-мат. наук, професор, Мосійчук К.О., аспірантка

### **МЕТОД ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У СЛАБОПРОНИКНИХ АНІЗОТРОПНИХ ПЛАСТАХ З МЕТОЮ ЗБІЛЬШЕННЯ НАФТОВІДДАЧІ**

Об'єктом дослідження є фільтраційний процес у слабопроникних анізотропних пластах (САП). Робота присвячена оцінюванню процесу виснаження нафтоносного пласта, використовуючи за критерій розподіл пластового тиску поблизу системи видобувних та нагнітальних свердловин з урахуванням анізотропії проникності нафтової фази. В ході дослідження представлений комбінований метод чисельного моделювання на основі скінченно-елементного та методу кінцевих різниць, який дозволяє визначити значення пластового тиску в довільній точці розрахункової області.

Запропонований у даній роботі скінченно-елементно-різницевий метод, який дає змогу поєднувати переваги скінченно-елементного методу та методу скінченних різниць, для розв'язання нестационарної задачі п'єзопровідності з огляду на неоднорідний розподіл різних фільтраційних параметрів усередині деформованого пласта та на його межах дає змогу адекватно обчислити розподіл пластового тиску в реальних умовах експлуатації свердловин, що дає ряд переваг порівнюючи з існуючими методами. Встановлено, що вплив проникності нафтової фази у зсувному напрямку домінує над впливом проникності у осьових напрямках. Це пов'язано з тим, що з отриманої інформації, для ефективного використання анізотропних слабопроникних пластів необхідно розміщувати видобувні та нагнітальні свердловини в областях з відносно низькою анізотро-

пією проникності пласта, особливо уникати місць із наявністю зсувної проникності пласта. Таке важливе розташування свердловин, щоб з однієї сторони не відбувалось блокування нафти з боку пониженої проникності, а з іншої сторони не відбувалось швидке виснаження пласта з боку підвищеної проникності та не припинявся взаємний обмін між видобувною та нагнітальною свердловинами. При розміщенні системи видобувних та нагнітальних свердловин у анізотропних пластах нафтового родовища необхідно проведення системного аналізу навколишньої анізотропії пластів з метою такого їх розміщення, яка б забезпечувала ефективну динаміку процесів фільтрації навколо цих свердловин та збільшення нафтовіддачі.

**Ключові слова:** моделювання, слабопроникні анізотропні пласти (САП), нафтовіддача пластів, нагнітальні свердловини, комбінований метод, метод кінцевих різниць, метод кінцевих елементів.

Лубков М.В., доктор физ.-мат. наук, профессор, Мосийчук К.А., аспірантка

### **МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СЛАБОПРОНИЦАЕМЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТАХ С ЦЕЛЬЮ УВЕЛИЧЕНИЯ НЕФТЕОТДАЧИ**

Объектом исследования является фильтрационный процесс в слабопроницаемых анизотропных пластах (САП). Работа посвящена оценке процесса истощения нефтеносного пласта, используя в качестве критерия распределение пластового давления вблизи системы добывающих и нагнетательных скважин с учетом анизотропии проницаемости нефтяной фазы. В ходе исследования представлен комбинированный метод численного моделирования на основе конечно-элементного и метода конечных разностей, который позволяет определить значение пластового давления в произвольной точке расчетной области.

Предложенный в данной работе конечно-элементно-разностный метод, который позволяет сочетать преимущества конечно-элементного метода и метода конечных разностей, для решения нестационарной задачи пьезопроводности с учетом неоднородного распределения различных фильтрационных параметров внутри деформированного пласта и на его границах позволяет адекватно вычислить распределение пластового давления в реальных условиях эксплуатации скважин, что дает ряд преимуществ по сравнению с существующими методами. Установлено, что влияние проницаемости нефтяной фазы в сдвиговом направлении доминирует над влиянием проницаемости в осевых направлениях. Это связано с тем, что из полученной информации, для эффективного использования анизотропных слабопроницаемых пластов необходимо размещать добывающие и нагнетательные скважины в областях с относительно низкой анизотропией проницаемости пласта, особенно избегать мест с наличием сдвиговой проницаемости пласта. Такое важное расположение скважин, чтобы с одной стороны не происходило блокирование нефти со стороны пониженной проницаемости, а с другой стороны не происходило быстрое истощение пласта со стороны повышенной проницаемости и не прекращался взаимный обмен между добывающей и нагнетательной скважинами. При размещении системы добывающих и нагнетательных скважин в анизотропных пластах нефтяного месторождения необходимо проведение системного анализа окружающей анизотропии пластов с целью такого их размещения, которая бы обеспечивала эффек-

тивную динамику процессов фильтрации вокруг этих скважин и увеличение нефтеотдачи.

**Ключевые слова:** моделирование, слабопроницаемые анизотропные пласты (САП), нефтеотдача пластов, нагнетательные скважины, комбинированный метод, метод конечных разностей, метод конечных элементов.

Lubkov M.V., Mosiichuk K.A.

### **NUMERICAL SIMULATION METHOD IN LOW PERMEABLE ANISOTROPIC RESERVOIRS IN ORDER TO INCREASE OIL RECOVERY**

The object of study is the filtration process in weakly permeable anisotropic formations (SAP). The work is devoted to the evaluation of the process of oil-bearing formation depletion, using as a criterion the distribution of reservoir pressure near the system of production and injection wells, taking into account the anisotropy of the permeability of the oil phase. In the course of the study, a combined numerical modeling method based on the finite element and finite difference methods is presented, which allows determining the value of reservoir pressure at any point in the computational domain.

The finite-element-difference method proposed in this paper, which combines the advantages of the finite-element method and the finite-difference method to solve the nonstationary piezoelectric conductivity problem, taking into account the heterogeneous distribution of various filtration parameters within the deformed formation and at its boundaries, allows us to adequately calculate the distribution of reservoir pressure in real-world well operation conditions, which gives a number of advantages over existing methods. It was found that the effect of oil phase permeability in the shear direction dominates the effect of permeability in the axial directions. This is due to the fact that, according to the information obtained, for the effective use of anisotropic low-permeability formations, it is necessary to place production and injection wells in areas with relatively low anisotropy of formation permeability, especially to avoid areas with the presence of shear permeability of the formation. It is important to locate wells so that, on the one hand, there is no blockage of oil from the low permeability side, and, on the other hand, there is no rapid depletion of the formation from the high permeability side and the mutual exchange between the production and injection wells does not stop. When placing a system of production and injection wells in anisotropic formations of an oil field, it is necessary to conduct a systematic analysis of the surrounding anisotropy of the formations in order to place them in such a way that would ensure effective dynamics of filtration processes around these wells and increase oil recovery.

**Keywords:** modeling, low-permeability anisotropic reservoirs (ASP), oil recovery, injection wells, combined method, finite difference method, finite element method.