

УДК 004.942: 004.023:519.85

Тесленко М.Г., аспірант, Пермяков В.І., професор

Харківський національний університет будівництва та архітектури

**АНАЛІЗ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ МЕТОДУ
ВИМІРЮВАННЯ КУТА ЗМОЧУВАННЯ ЗА ЗОБРАЖЕННЯМ ШЛЯХОМ
ДОСЛІДЖЕННЯ ОБУМОВЛЕНОСТІ ЗАДАЧІ
ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЕКЦІЇ КРАПЛІ**

Ключові слова: крайовий кут змочування, математичне моделювання, число обумовленості, багатомірна оптимізація, метод Хука-Дживса.

Вступ. Змочування є важливою характеристикою матеріалів, що впливає на різні технологічні процеси. Змочування використовується для оцінки властивостей різноманітних матеріалів, зокрема полімерів[1], [3]. Основною величиною, що характеризує змочуваність є рівноважний крайовий кут[12]. У ході попередніх досліджень [13],[15] було розроблено алгоритм визначення крайового кута змочування, який застосовано у програмі [6]. При цьому необхідно провести аналіз роботи алгоритму для оцінки можливості його використання при реальних дослідженнях. Основна задача при роботі алгоритму є забезпечення високої точності вимірювань. У попередніх роботах[14] було показано необхідність більш детального дослідження роботи алгоритму із метою зменшення похибки вимірювань.

У основу методу визначення крайового кута змочування покладено алгоритм апроксимації моделі контуру краплі на поверхні із використанням точок на контурі краплі у якості вихідних даних. У основу моделі покладено базові функції еліпсу та прямої. Рівняння еліпсу використовується у вигляді рівняння кривої другого порядку:

$$a_1x^2 + a_2y^2 + 2a_3xy + 2a_4x + 2a_5y = -1. \quad (1)$$

Для відтворення параметрів використовується метод найменших квадратів[8]. При цьому знаходяться оптимальне рішення перевантаженої системи рівнянь, що складається із коефіцієнтів базових функцій. Рішення знаходиться у вигляді:

$$O = A^+ B, \quad (2)$$

$$A^+ = (A^T A)^{-1} A^T, \quad (3)$$

де A^+ – псевдозворотня матриця[2] коефіцієнтів лівої частини системи, що складається з рівнянь виду (1), B – матриця коефіцієнтів правої частини:

$$A = \begin{pmatrix} x_1^2 & y_1^2 & 2x_1y_1 & 2x_1 & 2y_1 \\ x_2^2 & y_2^2 & 2x_2y_2 & 2x_2 & 2y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_k^2 & y_k^2 & 2x_ky_k & 2x_k & 2y_k \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ \dots \\ -1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

де k відповідає кількості точок, що використовуються у якості вихідних даних. При цьому похибку лінійного рівняння можна визначити наступним чином:

$$A(x + \Delta x) = b + \Delta b, \quad (5)$$

де A – матриця коефіцієнтів, b – вектор вільних членів, Δb – прирощення вектору b (похибка даних), x – вектор рішень, Δx – поправка на Δb . Похибка вихідних даних для одної координати $M(x_e, y_e)$ може бути представлена у вигляді:

$$\delta = |y_e - y_r|, \quad (6)$$

де y_e – задане значення координати точки на контурі краплі по вісі ординат, y_r – таке значення координати, що відповідає реальному положенню контуру для x_e .

Мета роботи. Метою даного дослідження є оцінка точності роботи алгоритму, визначення оптимальних параметрів, умов та обмежень вихідних даних. У основу дослідження покладено визначення числа обумовленості задачі із різними початковими умовами. Результати роботи дозволять оцінити ефективність методу, визначити межі його застосування, а також виявити слабкі місця. У результаті дослідження планується оцінити обумовленість задачі для всієї області значень вихідних даних, встановити оптимальну з точки зору мінімізації похибки та швидкості вимірювання кількість точок та параметри їх розташування.

Основна частина. Значення похибки залежить від умов використання алгоритму, що у даному дослідженні не розглядається. Але можливо модифікувати алгоритм із урахуванням таких умов, що дозволять знизити вплив похибки вихідних даних на результати вимірювань.

Для оцінки такого впливу можна використати число обумовленості. Число обумовленості визначається як коефіцієнт при співвідношенні відносних похибок вектору вільних членів та вектору рішень, де відносна похибка визначається як співвідношення абсолютної похибки (норми різниці між точним та приблизним векторами) до норми вектору[4]:

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} = \|A\| \|A^{-1}\| \frac{\|\Delta b\|}{\|b\|}, \quad (7)$$

де $\|\cdot\|$ – деяка векторна норма, $\|A\| \|A^{-1}\|$ – міра обумовленості. У [4] також показано, що число обумовленості є коефіцієнтом росту відносних похибок при неточному завданні коефіцієнтів матриці A . Іншими словами, чим більше число обумовленості, тим нижча точність обчислень може бути забезпечена. За попередніми дослідженнями задачі було виявлено, що різні числа обумовленості показують схожу картину. Також, важливим є не встановлення абсолютного значення, а визначення залежності між параметрами алгоритму та числом обумовленості. Враховуючи це, у даному дослідженні буде використовуватися число обумовленості. Тоді як більш зручне для проведення розрахунків:

$$Q = \frac{\max |\lambda_i|}{\min |\lambda_i|}, \quad (8)$$

де λ_i – власні числа матриці A . При використанні алгоритму важливою є кількість точок, що використовуються у якості вихідних даних. Інтуїтивно, збільшення кількості точок має призвести до зменшення похибки, але одночасно буде зростати час на проведення вимірювання. Тому слід визначити оптимальну кількість точок, при якій обумовленість буде достатньо високою. Також можна встановити оптимальне з точки зору підвищення обумовленості розташування точок на по вісі абсцис.

Залежність обумовленості задачі від параметрів алгоритму невідома. Для проведення дослідження необхідно мати можливість використовувати велику кількість вихідних даних – масивів точок контуру краплі із точно встановленими параметрами розміру та крайового кута. Для цього будується модель краплі на поверхні, що задовольняє умовам роботи алгоритму.

Модель краплі на поверхні. У основу методу покладено модель зображення краплі на поверхні на базі функцій еліпсу, що відповідає лінії контакту рідина-газ, та прямої, що відповідає лінії контакту рідина-тверде тіло. Основною задачею є отримання залежності крайового кута, що визначається як кут нахилу дотичної у точці трифазного контакту (на перетині еліпсу та прямої) [12]. Модель має відповідати особливостям реальних зображень краплі на поверхні та охоплювати весь можливий діапазон змін суттєвих параметрів (розмір, нахил та значення крайового кута).

Модель має описувати такі функції, що відповідатимуть контуру краплі із параметрично заданим значенням крайового кута. Також вона має бути зручною для реалізації у вигляді алгоритму із отриманням масиву вихідних значень координат.

Якщо велика та мала напівосі базового еліпсу відомі і дорівнюють a та b відповідно, ордината точки трифазного контакту для деякого крайового кута θ визначається за формулою:

$$sy = \frac{b^2}{\sqrt{a^2 \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi\theta}{180}\right) + b^2}}. \quad (9)$$

При значенні крайового кута більше 90° , значення sy змінює знак. Якщо відомо значення зсуву sy по вісі ординат, абсцису точки трифазного контакту можна визначити за формулою:

$$sx = a \sqrt{1 - \left(\frac{sy}{b}\right)^2}. \quad (10)$$

Із урахуванням отриманих значень точки трифазного контакту, визначаються полярні кути для цих точок:

$$\varphi^{c1} = \operatorname{arctg}\left(\frac{sy * a}{sx * b}\right), \varphi^{c2} = \pi - \varphi^{c1}. \quad (11)$$

Використовуючи ці значення можна розрахувати точки для частини еліпсу, що використовуваватиметься у моделі у полярній системі координат:

$$\varphi(n) = \varphi^{c1} + \frac{\varphi^{c2} - \varphi^{c1}}{N}(n - 1), n \in \{1 \dots N\}. \quad (12)$$

Із урахуванням полярного кута, Декартові координати точок еліпсу:

$$x = a \cos(\varphi), y = b \sin(\varphi) - sy. \quad (13)$$

У якості прямої (рідина-тверде тіло) розглядається вісь абсцис у декартовій системі координат. Для зміни крайового кута змочування передбачається зміщення еліпсу по вісі ординат із збереженням геометричних співвідношень базового еліпсу. Формула (13) описує множину точок еліпсу, що відповідає умовам цифрового зображення та може бути використано для його побудови. Початкове значення ординати точки трифазного контакту відповідає нулю. Значення крайового кута обчислюється через тангенс кута нахилу дотичної у точці трифазного контакту sy, sx :

$$tg\theta(sy, sx) = \frac{b^2 sx}{a^2 sy}. \quad (14)$$

Враховуючи те, що кут змочування може приймати значення від 0° до 180° , формула визначення крайового кута має вигляд:

$$\theta = \begin{cases} \frac{180(\pi + \arctg(tg\theta(sx, sy)))}{\pi}, & tg\theta(sx, sy) < 0 \\ \frac{180(\arctg(tg\theta(sx, sy)))}{\pi}, & tg\theta(sx, sy) \geq 0 \end{cases}. \quad (15)$$

Таким чином, модель дозволяє визначити крайовий кут змочування на зображенні за умови, що величина зсуву еліпсу та розміри його напіввісей є відомими. Для відповідності реальному зображенню, модель має бути інваріантною до зсуву і повороту вісі координат. Поворот зображення (у декартових координатах) виконується за формулою:

$$x' = x \cos(\psi) - y \sin(\psi), y' = y \cos(\psi) + x \sin(\psi). \quad (16)$$

Похідна у точці трифазного контакту з урахуванням повороту зображення буде знаходитися за формулою:

$$tg\theta(sy, sx) = \frac{a^2 (y' \cos(\psi) - x' \sin(\psi) + sy) - b^2 (x' \cos(\psi) + y' \sin(\psi)) \cos(\psi)}{a^2 (y' \cos(\psi) - x' \sin(\psi) + sy) \cos(\psi) + b^2 (x' \cos(\psi) + y' \sin(\psi)) \sin(\psi)}. \quad (17)$$

Використовуючи дану модель, можна провести дослідження обумовленості алгоритму. Для проведення аналізу у модель вноситься штучна похибка у значення кож-

ної ординати, що відповідає реальній похибці при встановленні координат точок на контурі краплі:

$$y_i^* = y_i' + P_N(\mu, \sigma); \mu = 0, \quad (18)$$

де $P_N(\mu, \sigma)$ – нормальний закон розподілу, μ – математичне очікування, σ – середньоквадратичне відхилення. Зображення, отримане на базі моделі показано на рис. 1.

Для дослідження використовувалися моделі зображення із різним значенням кута змочування, що охоплюють весь діапазон можливих значень. На базі моделі краплі було створено функцію, яка повертає координати контуру краплі відповідно до заданих параметрів розміру, куту змочування, рівню похибки.

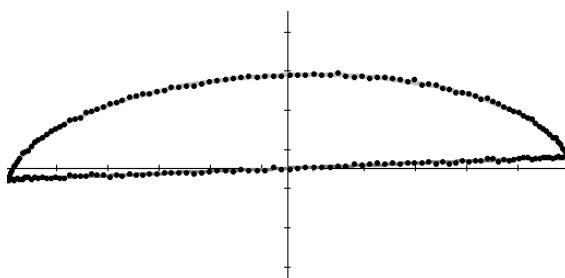


Рисунок 1 – Зображення із крайовим кутом 75° , отримане за допомогою моделі. Точками показано вихідні дані із штучно встановленою похибкою

Дослідження обумовленості. Друга частина алгоритму дозволяє визначити число обумовленості для вихідної краплі. Таким чином було експериментально отримано залежність між кутом змочування та числом обумовленості, яку представлено на рис. 2.

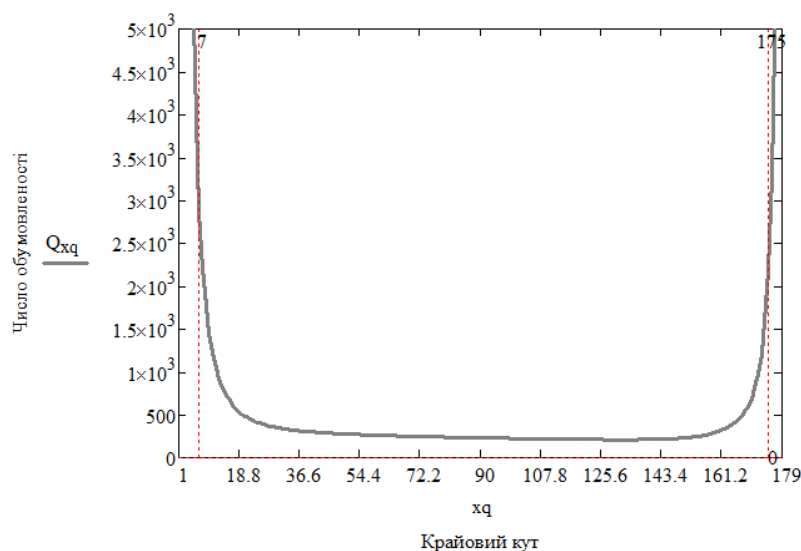


Рисунок 2 – Число обумовленості залежно від крайового кута

Мале значення числа обумовленості свідчить про високу надійність алгоритму. Виходячи із даних, отриманих у результаті дослідження, можна зробити висновок, що обумовленість задачі залежить від значення кута змочування. При проведенні вимірювань на зображеннях із граничними значеннями кута змочування ефективність алгоритму

му значно зменшується, тому його використання при значенні крайового кута змочування менше 5° та більше 177° недоцільним.

Для визначення оптимальної кількості точок розглядалися лише кути більше 5° . Задачею у даному випадку є встановлення оптимальної кількості точок m при мінімізації числа обумовленості для множини точок

$$M = \{m \in \mathbb{N} \mid 5 \leq m \leq 20\}, \quad (19)$$

де \mathbb{N} – множина натуральних чисел. Обмеження кількості точок знизу відповідає мінімальній кількості вихідних даних, необхідних для роботи алгоритму, зверху – значенням, що обмежує раціональне використання методу при проведенні реальних досліджень. Вирішувати задачу слід окремо для кожного значення кута змочування. Для достовірності результатів і зменшення впливу розташування координат точок, слід повторити експеримент із різними координатами точок. Задача має однозначне рішення та може бути розв’язана алгоритмічно. Для кожного значення m було отримано відповідне значення числа обумовленості. На рис. 3 відображено графік для отриманих значень для кутів 75° та 130° .

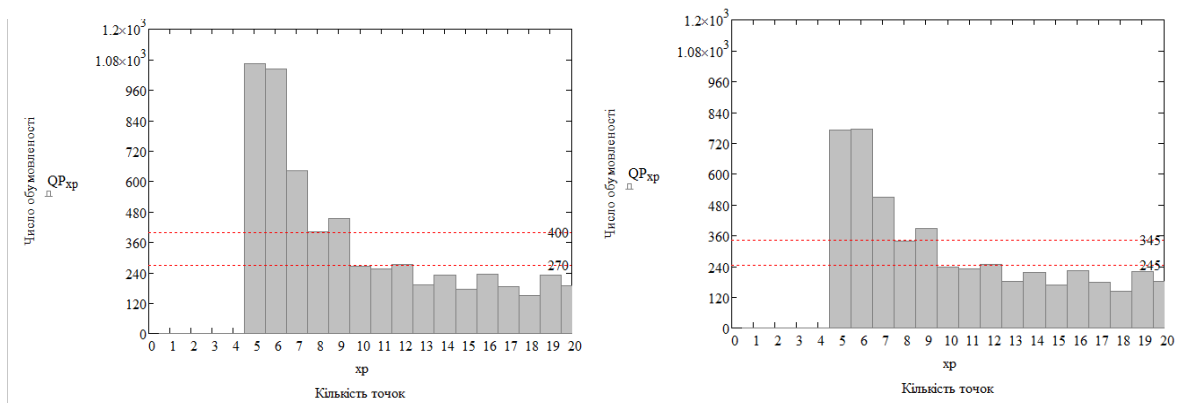


Рисунок 3 – Графіки залежності числа обумовленості від кількості точок, ліворуч – для крайового кута 75° , праворуч – 130°

За отриманими результатами можна зробити висновки про вплив кількості точок на обумовленість задачі. При використанні мінімальної можливої кількості точок число обумовленості різко зростає, що свідчить про підвищення чутливості алгоритму до похибки вихідних даних. Використання семи точок дозволяє зменшити значення числа обумовленості більше ніж на 30 %. Додавання ще одної точки (восьмої) може зменшити число обумовленості ще на 25–30 %. Використання більше 10 точок не є доцільним, адже поліпшення обумовленості є достатньо малим. Таким чином можна зробити висновок, що для забезпечення високої точності вимірювань слід використовувати 8–10 точок. Використання семи точок також може бути задовільним при необхідності зменшення часу проведення вимірювань, особливо при дослідженні матеріалів із достатньо великим значенням крайового кута.

Визначення оптимального положення точок. При встановленні точок їх координати по вісі абсцис можуть мати будь-яке значення. Але при проведенні дослідження обумовленості було визначено, що різні положення точок впливають на обумовленість задачі. Це означає, що може існувати деяке оптимальне розташування точок, при якому

вплив похибки (6) буде мінімальним, що призведе до підвищення точності роботи алгоритму.

Ця задача також зводиться до мінімізації числа обумовленості. При цьому необхідно дослідити усі можливі положення точок за умови, що вони є незалежними одна від одної. Таким чином, цільова функція приймає вигляд:

$$f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*) \rightarrow \min_{x \in X} f(x_1, x_2, \dots, x_m), X = \{x \in R \mid x_{\min} \leq x \leq x_{\max}\}, \quad (20)$$

де m – кількість точок вихідних даних, R – множина дійсних чисел, x_{\min} – координата контуру краплі по вісі абсцис із мінімальним значенням (перша точка перетину еліпсу та прямої), x_{\max} – друга точка перетину. На реальному зображенні множина залежить від розподільчої здатності та площі, що займає крапля. При цьому встановлення точок із скільки завгодно високою точністю по вісі абсцис при проведенні реальних досліджень неможливе, можна лише визначити приблизні діапазони. Для проведення дослідження оптимального розташування точок достатньо використати сто точок із приращенням $\Delta x = 1$. Для зручності розрахунків підрахунок буде починатися із точки $x_{\min} = 0$, $x_{\max} = 100$.

Для вирішення задачі необхідно використати один із методів багатомірної оптимізації. При цьому задача характеризується відсутністю аналітичного опису цільової функції. Визначення функції у аналітичній формі не є доцільним, адже можуть бути визначені її дискретні значення. Це звужує кількість методів, що можуть бути застосовані для рішення задачі оптимізації.

Враховуючи вже розроблені алгоритми для отримання моделі краплі (множини точок), доцільно використовувати ітеративний алгоритм. Одним з найбільш простих методом є метод послідовних наближень, але він не є ефективним для рішення багато параметричних задач оптимізації. Ефективним методом для рішення таких задач є ітеративний метод Хука-Дживса [7]. На першому етапі алгоритму виконується пошук для одного з параметрів, а інші «заморожуються». Процедура виконується доки досягається зменшення критерію оптимальності – числа обумовленості, що розраховується відповідно до значень вхідних параметрів на кожній ітерації алгоритму. Коли буде досягнуто оптимальне значення для одного критерія, виконується така ж операція для наступного. Особливістю роботи алгоритму є зміна шагу у ході роботи. Алгоритм починає роботу із найбільшим можливим значенням шагу, знаходить оптимальне значення із цим шагом, після чого шаг змінюється на встановлене значення і процес повторюється. Умовою припинення роботи алгоритму є досягнення оптимального значення (мінімуму числа обумовленості) при мінімальному значенні шагу. Таким чином, алгоритм дозволяє розглядати систему, що досліджується, з різним масштабом. При досягненні зменшення цільової функції виконується пошук за зразком. Це дозволяє знаходити однозначне рішення, якщо воно існує, при мінімальній кількості ітерацій.

При використанні алгоритму вдалося отримати однозначне рішення задачі обумовленості. По суті, задача була вирішена дев'ять разів, для кутів 10° , 20° , 40° , 60° , 80° , 100° , 120° , 140° , 160° . Кути менше 10° не розглядалися відповідно до результатів аналізу обумовленості. Враховуючи результати, отримані при аналіз залежності числа обумовленості від кількості точок, експеримент було проведено для кількості точок 6, 7, 8, 12.

Для кожного набору точок можна було прослідити закономірність їх розташування. Точки у довільній послідовності розташовувались у п'яти діапазонах, незалежно

від їх кількості. Ці діапазони розташовуються приблизно через 25 % від діаметру краплі. Враховуючи схожість отриманих результатів, можна зробити висновок, що оптимальне розташування точок є інваріантним до їх кількості. Тому отримані дані можна розглядати як єдину вибірку.

Для більш точної оцінки діапазонів розташування точок, було використано гістограму для отриманої вибірки. Гістограма дозволяє оцінити частоту появи у вибірці деякого значення. Результат показано на рис. 4.

Отримані результати аналізу підтверджують наявність п'яти діапазонів, а також відсутність впливу кількості точок на їх оптимальне розташування. На графіку чітко відстежуються отримані діапазони. Розташування точок у їх межах забезпечить мінімальний вплив похибки вихідних даних δ (6) на результати вимірювань.

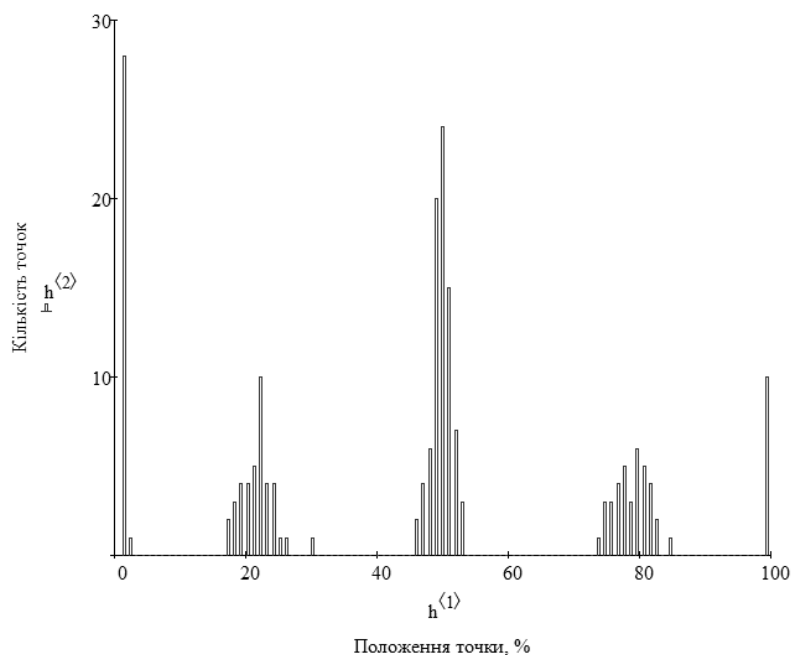


Рисунок 4 – Гістограма оптимального розташування точок

Висновки. Дослідження обумовленості задачі алгоритму визначення крайового кута залежно від його значення дозволило оцінити межі допустимих значень кута змочування при проведенні вимірювань. Так, було визначено значне збільшення похибки при наближенні до граничних (мінімальних та максимальних) значень кута змочування. Ця інформація дозволяє зменшення вірогідності отримання недостовірних результатів.

Визначення оптимальної кількості точок дозволяє використовувати алгоритм найбільш ефективно та уникнути недоцільного збільшення часу проведення вимірювань. Було отримано діапазон оптимальної кількості вихідних даних, при якому досягається оптимальне співвідношення точності та часу проведення вимірювання, що відповідає 8–10 точкам.

Отримання оптимального розташування точок, що відображено на рис. 4, дозволяє підвищити точність та встановити чіткі параметри використання алгоритму. Було виявлено п'ять діапазонів для розташування точок на контурі краплі, при чому мінімується вплив похибки вихідних даних на результати вимірювань. У подальшому це може бути використано як при встановленні координат точок вручну, так і при розробці автоматичного алгоритму визначення положення точок. Закономірності було підтве-

рджено для усього доцільного для використання діапазону параметрів роботи алгоритму.

Література

1. Yu. Danchenko, V. Andronov, M. Teslenko, V. Permiakov, E. Rybka, R. Meshchenko, A. Kosse / Study of the free surface energy of epoxy composites using an automated measurement system // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, Vol.1 Is.12(91), 2018. – p. 9–17.
2. Алберт А., пер. с англ. Р. Ш. Липцер – Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание. – М: Наука, 1977. – 224 с.
3. Богданова Ю.Г., Должнникова В.Д., Цветкова Д.С., Карзов И.М., Алентьев А.Ю. Краевые углы смачивания как индикаторы структуры поверхностей полимеров // Журнал структурной химии. – 2011. – Т. 52, № 6. – с. 1224–1231.
4. Вержибицкий В.М. Численные методы (линейная алгебра и нелинейные уравнения), – М.: Высшая школа, 2000. – 266 с.
5. Годунов С.К. Решение систем линейных уравнений, – Новосибирск: Наука, 1980. – 177 с.
6. Комп'ютерна програма «Least Square Wetting Analyzer», Свідотство про реєстрацію авторського праву на твір № 74279 від 19.10.2017.
7. Кононюк А.Е. Основы теории оптимизации. безусловная оптимизация, – Киев: «Освіта України», 2011. – 544 с.
8. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений, – М: ФИЗМАТГИЗ, 1958. – 336 с.
9. Самарский А. А., Гулин А. В., Численные методы, – М.: Наука, 1989. – 432 с.
10. Соболев И.М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Дрофа, 2006. – 175 с.
11. Стренг Г., Линейная алгебра и ее применения, – М.: Мир, 1980. – 454 с.
12. Сумм Б.Д. Физико-химические основы смачивания.– М.: Химия, 1976.– 232с.
13. Тесленко М. Г. Измерение угла смачивания по изображению // Науковий вісник будівництва, – 2015. – №1(79), с. 241–244.
14. Тесленко М.Г., Пермяков В.И. Определение оптимального расположения точек при вычислении угла смачивания по изображению//V Міжнародна науково-практична конференція «Проблеми інформатики та комп'ютерної техніки». Праці конференції. – Чернівці: Видавничий дім «Родовід», 2016. – с.173–175.
15. Тесленко М.Г., Пермяков В.И. Приборы для измерения угла смачивания// IV Міжнародна науково-практична конференція «Проблеми інформатики та комп'ютерної техніки». Праці IV міжнародної науково-практичної конференції. – Чернівці: Видавничий дім «Родовід», 2015. – с. 198–200.

Bibliography (transliterated)

1. Yu. Danchenko, V. Andronov, M. Teslenko, V. Permiakov, E. Rybka, R. Meshchenko, A. Kosse / Study of the free surface energy of epoxy composites using an automated measurement system// Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, Vol.1 Is.12(91), 2018. – p. 9–17.
2. Albert. A, per. S angl. R.sh.Lipster Regressiya, psevdoinversiya I rekurrentnoe otseivanie. M:Nauka,1977.224 p.

3. Bogdanove Yu.G., Dolzhnukova V.D., Tsvetkova D.S., Karzov I.M, Alentev A.Yu. Kraevyie uglyi smachivaniya kak indykatoryi strukturyi poverhnostey polimerov//Zhurnal strukturnoy himii.2011.T.52, #6. P. 1224–1231.
4. Verzhbitskiy V.M. Chislennyye metodyi (lineynaya algebra i nelineynyye uravneniya), – M.: Vysshaya shkola, 2000. – 266 p.
5. Godunov S.K. Reshenie sistem lineynykh uravneniy, – Novosibirsk: Nauka, 1980. – 177 p.
6. Komp'yuterna programa «Least Square Wetting Analyzer», Svidotstvo pro reestratsiyu avtorskogo pravu na tvir # 74279 vid 19.10.2017.
7. Kononyuk A.E. Osnovy teorii optimizatsii. bezuslovnaya optimizatsiya, – Kiev: «Osvita Ukrainy», 2011. – 544 s.p
8. Linnik Yu.V. Metod naimenshih kvadratov i osnovyi matematiko-statisticheskoy teorii obrabotki nablyudeniy, – M: FIZMATGIZ, 1958. – 336 p.
9. Samarskiy A.A., Gulin A.V. Chislennyye metodyi, – M.: Nauka, 1989. – 432 p.
10. Sobol I.M. Vyibor optimalnykh parametrov v zadachah so mnogimi kriteriyami. – M.: Drofa, 2006. – 175 p.
11. Streng G. Lineynaya algebra i ee primeneniya, – M.: Mir, 1980. – 454 p.
12. Summ B.D. Fiziko-himicheskie osnovyi smachivaniya.– M.: Himiya, 1976.– 232p.
13. Teslenko M.G. Izmerenie ugla smachivaniya po izobrazheniyu // Naukoviy visnik budivnitstva. – 2015. – #1(79), p. 241–244.
14. Teslenko M.G., Permyakov V.I. Opredelenie optimalnogo raspolozheniya toчек pri vyichislenii ugla smachivaniya po izobrazheniyu // V Mizhnarodna naukovopraktichna konferentsiya «Problemi Informatiki ta komp'yuternoyi tehniki». Pratsi konferentsii. – Chernivtsi: Vidavnichiy dim «Rodovid», 2016. – p. 173–175.
15. Teslenko M.G., Permyakov V.I. Priboryi dlya izmereniya ugla smachivaniya // IV Mizhnarodna naukovopraktichna konferentsiya «Problemi Informatiki ta komp'yuternoyi tehniki». Pratsi IV mizhnarodnoyi naukovopraktichnoyi konferentsiyi. – Chernivtsi: Vidavnichiy dim «Rodovid», 2015. – P. 198–200.

УДК 004.942: 004.023:519.85

Тесленко М.Г., Пермяков В.І.

**АНАЛІЗ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ МЕТОДУ
ВИМІРЮВАННЯ КУТА ЗМОЧУВАННЯ ЗА ЗОБРАЖЕННЯМ ШЛЯХОМ
ДОСЛІДЖЕННЯ ОБУМОВЛЕНОСТІ ЗАДАЧІ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ
МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЕКЦІЇ КРАПЛІ**

У статті досліджується алгоритм визначення кута змочування за зображенням краплі на поверхні матеріалу. Проводиться аналіз обумовленості задачі на усьому діапазоні значень вихідних даних із розробкою математичної моделі зображення краплі. Вирішується задача пошуку оптимальної кількості точок, що використовуються алгоритмом у якості вихідних даних. Також знаходиться оптимальне розташування точок за допомогою розв'язання багатомірної задачі оптимізації методом Хука-Дживса.

Ключові слова: крайовий кут змочування, математичне моделювання, число обумовленості, багатомірна оптимізація, метод Хука-Дживса.

УДК 004.942: 004.023:519.85

Тесленко М.Г., Пермяков В.И.

**АНАЛИЗ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДА
ИЗМЕРЕНИЯ УГЛА СМАЧИВАНИЯ ПО ИЗОБРАЖЕНИЮ ПУТЕМ
ИССЛЕДОВАНИЯ ОБУСЛОВЛЕННОСТИ ЗАДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЕКЦИИ КАПЛИ**

В статье исследуется алгоритм определения угла смачивания по изображению капли на поверхности материала. Проводится анализ обусловленности задачи на всем диапазоне значений исходных данных с разработкой математической модели изображения капли. Решается задача поиска оптимального количества точек, которые используются алгоритмом в качестве исходных данных. Также, находится оптимальное расположение точек при помощи решения многомерной задачи оптимизации методом Хука-Дживса.

Ключевые слова: краевой угол смачивания, математическое моделирование, число обусловленности, многомерная оптимизация, метод Хука-Дживса.

Teslenko M., Permiakov V.

**ANALYSIS AND DETERMINATION OF THE OPTIMAL PARAMETERS
OF THE METHOD OF MEASURING THE CONTACT ANGLE FROM THE IMAGE
BY MEANS OF RESEARCHING THE CONDITION NUMBER OF THE PROBLEM
USING THE MATHEMATICAL MODEL OF THE DROP PROJECTION**

The article is devoted to the analysis of the algorithm for measurement of the contact angle using the image of a drop on the surface of the material. An analysis of the condition number is carried out over the entire range of values of the initial data, with the development of the model for the image of drop. The problem of finding the optimal number of points that are used as input data is solved. Also, an optimal location of the points is determined by solving the multidimensional optimization problem with Hooke-Jeeves method.

Keywords: contact angle, mathematical modeling, condition number, multidimensional optimization, Hooke-Jeeves method.